

33. Исследование дифракции лазерного пучка на двух фазовых дифракционных решетках

В. А. Комоцкий¹, Ю. М. Соколов¹, Н. В. Суетин¹, Х. А. Пауйак Уаман²

¹ Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

² Universidad Nacional de Ingenieria, Lima, Peru

В статье проведено исследование пространственных спектров при последовательной дифракции лазерного пучка на системе из двух фазовых дифракционных решеток с прямоугольным профилем, разнесенных на некоторое расстояние друг относительно друга. Проведен новый уточняющий теоретический анализ в среде Mathcad для расчета интенсивностей нулевого и первых дифракционных порядков. Проведены оценки составляющих нулевого дифракционного порядка, имеющего сложный состав, включающий в себя бесконечное число гармоник. Экспериментальные результаты для двух фазовых дифракционных решеток с периодом 200 мкм очень хорошо согласуются с проведенными расчетами.

Ключевые слова: Оптика, Двойная дифракция, Дифракционные решетки.

Цитирование: **Комоцкий, В. А.** Исследование дифракции лазерного пучка на двух фазовых дифракционных решетках / В. А. Комоцкий, Ю. М. Соколов, Н. В. Суетин, Х. А. Пауйак Уаман // HOLOEXPO 2019 : XVI международная конференция по голографии и прикладным оптическим технологиям : Тезисы докладов. — М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2019. — С. 172–179.

Введение

В настоящей работе поставлена задача исследования дифракции лазерного пучка при последовательном прохождении системы из двух фазовых дифракционных решеток с прямоугольным профилем. Эта задача уже исследовалась в работах [1–3], и были получены формулы для расчета интенсивностей дифракционных порядков. Стоит отметить, что данная схема нашла практическое применение для построения датчиков малых угловых и линейных перемещений с высокой разрешающей способностью. Например, в [4] описан профилометр для измерения неровностей и шероховатостей поверхности.

Оптическая волна, дифрагированная на первой решетке, получает пространственную фазовую модуляцию, затем проходит некоторое расстояние в свободной среде и получает пространственную фазовую модуляцию от второй решетки. При этом имеют место сложные явления дифракции и интерференции пучков. В данной работе теоретический анализ проведен с применением методов Фурье-оптики, в результате которого получаем формулы интенсивностей дифракционных порядков. Одной из главных задач этой работы является экспериментальное получение данных и их сравнение с расчетными зависимостями.

1. Методика и результаты теоретического анализа

Общие формулы для расчета интенсивности дифрагированной оптической волны в схеме, содержащей две фазовые дифракционные решетки, были получены в [1] и имеют следующий вид:

$$I_m = \dot{A}_n \times \dot{A}_m^*, \quad (1)$$

где $\dot{A}_m = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k b_{m-k} \exp\{-i[kr + k^2L + (m-k)2\pi\xi_1\Delta x_0]\}$.

Выражение для \dot{A}_m определяет комплексную амплитуду дифрагированной волны в порядке с номером m в случае дифракции оптической волны на системе из двух решеток, одна из которых может перемещаться относительно другой. В этой формуле введено два безразмерных параметра: параметр наклона $r = 2\pi\xi_0\xi_1\lambda\ell_z = 2\pi\xi_1\lambda\ell_z \sin\gamma$ и параметр расстояния между решетками $L = \pi\xi^2\lambda\ell_z = 2\pi\lambda\ell_z/\Lambda^2$. a_k и b_l — коэффициенты разложения функций пропускания дифракционных решеток 1 и 2 в ряды Фурье. После преобразований общее выражение для интенсивности дифракционного порядка с номером m имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} I_m(x) = & a_0^2 b_m^2 + \sum_{k=1}^{+\infty} a_k^2 (b_{m-k}^2 + b_{m+k}^2) + 2a_0 b_m \sum_{k=1}^{+\infty} a_k b_{m-k} \cos \left[k \left(\frac{2\pi}{\Lambda} x - r \right) - k^2 L \right] + \\ & + 2a_0 b_m \sum_{k=1}^{+\infty} a_{-k} b_{m+k} \cos \left[k \left(\frac{2\pi}{\Lambda} x - r \right) + k^2 L \right] + \\ & + 2 \sum_{k=1}^{+\infty} \sum_{k'=1}^{+\infty} a_k b_{m-k} a_{k'} b_{m-k'} \cos \left[(k' - k) \left(\frac{2\pi}{\Lambda} x - r \right) + (k^2 - k'^2) L \right] + \\ & + 2 \sum_{k=1}^{+\infty} \sum_{k'=1}^{+\infty} a_{-k} b_{m+k} a_{-k'} b_{m+k'} \cos \left[(k' - k) \left(\frac{2\pi}{\Lambda} x - r \right) - (k^2 - k'^2) L \right] + \\ & + 2 \sum_{k=1}^{+\infty} \sum_{j=1}^{+\infty} a_k a_{-j} b_{m-k} b_{m+j} \cos \left[(k + j) \left(\frac{2\pi}{\Lambda} x - r \right) + (j^2 - k^2) L \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

В этом выражении имеется сумма постоянной составляющей и бесконечных рядов из гармонических функций с пространственными частотами, кратными основной пространственной частоте решетки $\xi_1 = 1/\Lambda$. В полученной формуле при двойных суммированиях индекс $k \neq k'$, а интенсивность падающей оптической волны $I_{\text{пад}}$ принята равной 1. Выражение (2) определяет интенсивность в порядке с номером m для любых типов фазовых решеток коэффициентами разложения a_k и b_l .

В нашем анализе мы рассматриваем фазовые прямоугольные решетки с профилем вида «меандр». Для таких решеток в пространственном спектре отсутствуют четные порядки дифракции.

В этой работе был также применен альтернативный метод расчета зависимостей интенсивностей дифракционных порядков от перемещения решеток без вывода конечных формул. В этом методе интенсивности непосредственно рассчитывались в среде Mathcad по формуле (1). Были проведены сравнительные расчеты, произведенные по формулам (1) и (2). Результаты расчетов для различных параметров схемы показали полную тождественность двух методов расчета по формулам (1) и (2), что дополнительно подтверждает справедливость использования одних формул вместо других.

Новый метод расчета интенсивностей дифракционных порядков имеет некоторые достоинства. Во-первых, он более прост и не содержит большого количества слагаемых, как в формуле (2). Кроме того, формула (1) позволяет легко произвести оценки вклада различных пространственных гармоник в спектр выходного сигнала и найти сложную форму зависимостей интенсивности нулевого порядка с учетом различных компонент спектра.

2. Расчет зависимостей интенсивностей нулевого сигнала от параметров схемы

Вначале рассмотрим подробнее формирование сигнала в нулевом дифракционном порядке I_0 при дифракции оптического пучка с апертурой A на системе из двух решеток. Этот сигнал образуется в результате интерференции оптических пучков в результате двойной дифракции на первой и второй решетках. Этот процесс можно наглядно продемонстрировать на рисунке 1. Выходной пучок нулевого дифракционного порядка формируется в результате суммирования (интерференции) множества элементарных пучков. Центральным является пучок, который проходит обе решетки без отклонения от основного направления распространения падающего светового пучка. Кроме того, вклад в суммарный выходной пучок нулевого порядка будут вносить также другие элементарные пучки, которые можно разделить на две группы. К первой группе можно отнести пучки, которые дифрагируют на первой решетке в $+m$ порядок, а на второй решетке — в $-m$ порядок. Например, пучок, дифрагирующий на первой решетке в плюс первый порядок, а на второй решетке — в минус первый порядок, будет распространяться по направлению нулевого порядка и вносит вклад в результирующий сигнал нулевого порядка. По такому же направлению будет распространяться пучок, который дифрагирует на первой решетке в третий порядок, а на второй решетке — в минус третий порядок и т. д. Аналогично ведут себя и более высокие порядки. Ко второй группе отнесем пучки, которые дифрагируют на первой решетке в $-m$ порядок, а на второй решетке — в $+m$ порядок. Эти пучки также будут распространяться по направлению нулевого порядка и будут интерферировать с другими пучками. Этот принцип иллюстрируется рисунком 1.

Описанный принцип образования полного сигнала нулевого дифракционного порядка отражается в общей формуле (1), которая описывает пространственный спектр на выходе системы из двух фазовых дифракционных решеток. Так, в этом выражении присутствует сумма произведений коэффициентов разложения функций пропускания двух решеток $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k b_{m-k}$. Для нулевого порядка следует положить $m = 0$, тогда сумма преобразуется в следующий вид: $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k b_k = a_0 b_0 + a_1 b_{-1} + a_{-1} b_1 + \dots$. Смысл этой суммы как раз состоит в том, что сигнал в нулевом дифракционном порядке будет складываться из центрального пучка при $k = 0$ (член суммы $a_0 b_0$) и множества других пучков, образованных в результате дифракции падающего пучка поочередно на каждой из решеток в порядки с номерами k и $-k$, т. е. симметрично относительно нулевого порядка. Для положительных значений k это будут пучки, дифрагирующие на первой решетке в $+k$ порядок, а на второй решетке — в $-k$ порядок. А для отрицательных значений k — пучки, дифрагирующие на первой решетке в $-|k|$ порядок, а на второй решетке — в $+|k|$ порядок.

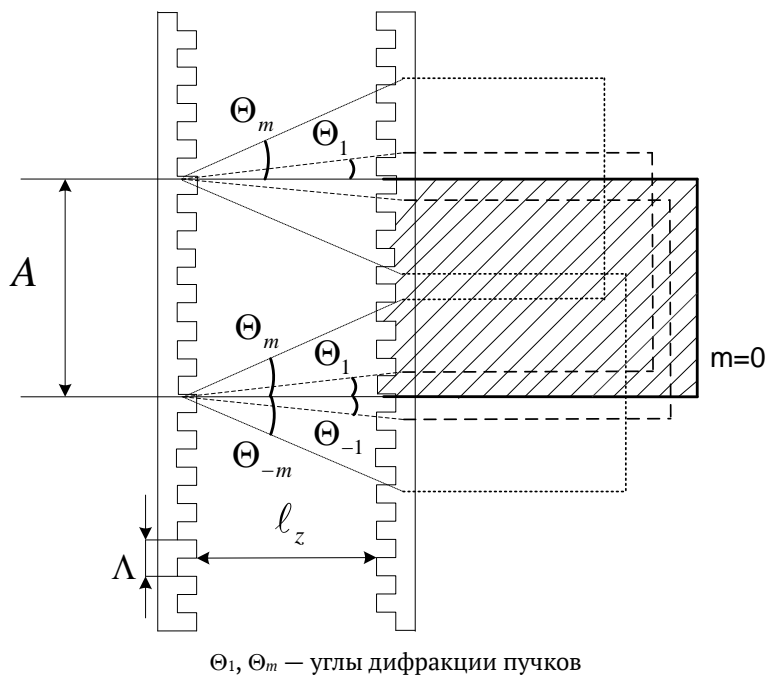


Рис. 1. Образование выходного пучка нулевого дифракционного порядка при дифракции оптического пучка с апертурой A на системе из двух решеток

Проведем расчет интенсивности нулевого дифракционного порядка при различных значениях расстояния между решетками. Будем полагать в расчетах, что период решеток $\Lambda = 200$ мкм, длина волны лазера $\lambda = 0,6328$ мкм, число гармоник в спектре ограничим числом $k = 7$. Благодаря формуле (1) такой расчет легко сделать. Кроме того, оценим вклад в полный сигнал величины интенсивности нулевого порядка центрального пучка и других пучков, дифрагирующих на первой решетке в первые, третьи, пятые и седьмые порядки. Следует отметить, что для дифракционных решеток с прямоугольным профилем вида «меандр» интенсивности четных порядков равны нулю и не участвуют в формировании полного сигнала. Вышеуказанные пучки учитывают в общем сигнале дополнительные приращения к центральному пучку пучков высших порядков, образованных в результате дифракции падающего пучка поочередно на каждой из решеток в порядки с номерами k и $-k$, т. е. симметрично относительно нулевого порядка. Результаты расчетов в программе MathCAD для трех значений расстояний между решетками $l_z = 0$ мм, $l_z = 8$ мм и $l_z = 20$ мм, приведены на рисунках 2–4. На этих графиках приведены зависимости полной интенсивности нулевого порядка $I_0(x)$ и ее составляющих $I_0^{(=)}(x)$, $I_{01}(x)$, $I_{03}(x)$, $I_{05}(x)$ и $I_{07}(x)$.

Зависимости интенсивностей нулевого порядка от смещения x состоят из множества слагаемых. При этом из рисунков видно, что фазы этих слагаемых сложным образом изменяются при изменении расстояния между решетками. В результате этого высшие гармоники могут существенно искажать форму зависимостей. Все это следует учитывать при построении различных устройств с применением дифракционных решеток, например, датчиков малых перемещений. В этом случае расстояние между решетками должно выбираться оптимальным

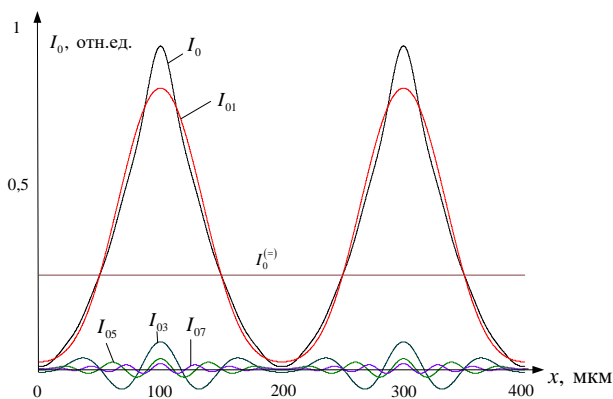


Рис. 2. Зависимости интенсивности нулевого порядка и различных компонент, входящих в его состав, от смещения решеток при расстоянии между решетками, равном $\ell_z = 0$ мм

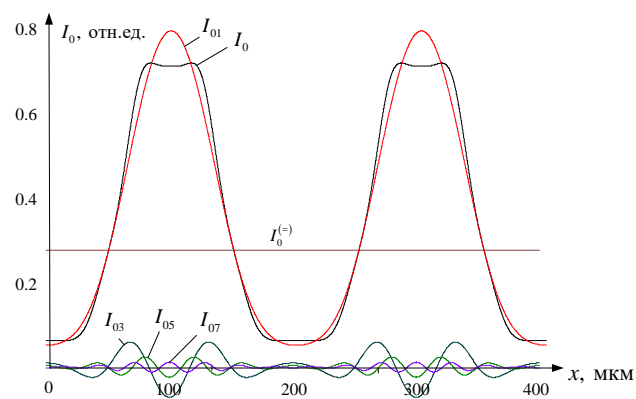


Рис. 3. Зависимости интенсивности нулевого порядка и различных компонент, входящих в его состав, от смещения решеток при расстоянии между решетками, равном $\ell_z = 8$ мм

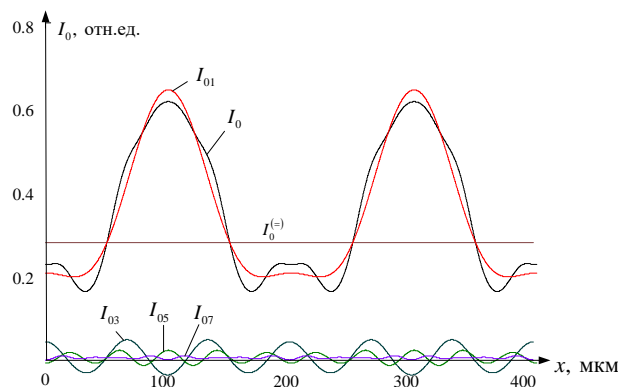


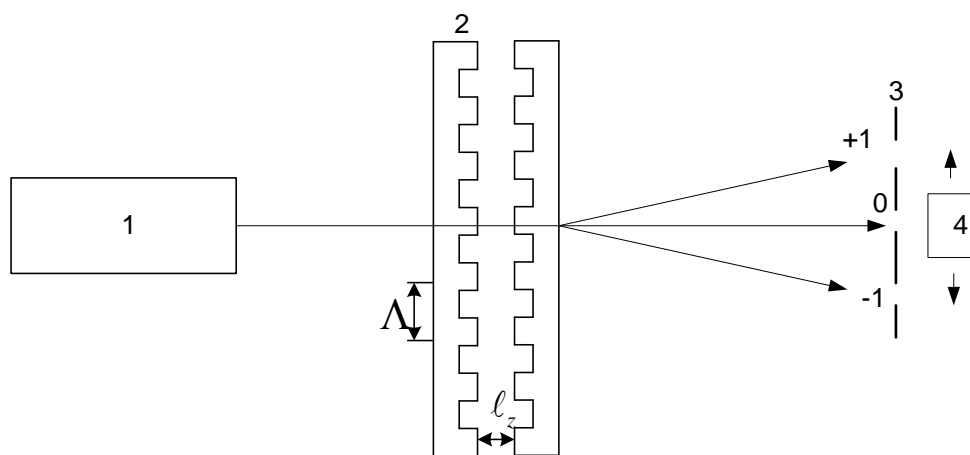
Рис. 4. Зависимости интенсивности нулевого порядка и различных компонент, входящих в его состав, от смещения решеток при расстоянии между решетками, равном $\ell_z = 20$ мм

так, чтобы протяженность линейного участка была максимальной и при этом не изменялась при небольших изменениях расстояния между решетками.

Что касается первых дифракционных порядков, то в данном случае проведенные расчеты показали результаты, полностью аналогичные [1]. В этом случае форма полного сигнала интенсивностей первых порядков является гармонической и не искажена высшими порядками. Амплитуда сигнала в первых порядках имеет постоянное значение и не зависит ни от параметра расстояния L , ни от параметра наклона γ .

3. Результаты экспериментальных исследований

В экспериментах использовались фазовые решетки с прямоугольным профилем вида «меандр». Решетки были изготовлены методом химического травления стекла с использованием технологии фотолитографии. Для измерений были выбраны дифракционные решетки с периодом $\Lambda = 200$ мкм и глубинами пространственной фазовой модуляции $\Phi_1 = 41^\circ$ и $\Phi_2 = 46^\circ$,



1 — лазер He-Ne, 2 — дифракционная решетка, 3 — диафрагма,
4 — фотодиод измерителя мощности Ophir

Рис. 5. Схема экспериментальной установки

которые близки к оптимальным значениям глубины $\Phi_{\text{opt}} = 45^\circ$, при которых амплитуда колебаний в первых порядках принимает максимальное значение [1].

Блок-схема экспериментальной установки показана на рисунке 5. В установке использовались: гелий-неоновый лазер ГН-15-1, измеритель мощности Ophir Nova II с выносным фотодетектором. Этот измеритель позволяет измерять мощность лазера, а также усреднять и обрабатывать измерения в реальном времени с помощью специализированного программного обеспечения на компьютере. Для смещения решеток использовались высокоточные микрометрические подвижки фирмы Newport, позволяющие производить смещения с точностью до 0,5 мкм.

Измерения производили по схеме на рисунке 5. При этом шаг изменения по оси x составил 2 мкм, а усреднение каждого измерения составляло 1 секунда. Полные результаты детальных измерений в пределах одного периода для трех значений расстояний между решетками $\ell_z = 0$ мм, $\ell_z = 8$ мм и $\ell_z = 20$ мм приведены на рисунках 6–8.

4. Анализ экспериментальных данных

Отметим некоторые особенности полученных зависимостей. Во-первых, зависимости имеют периодический характер. Их период равен периоду решетки Λ , при этом зависимости мощности первых порядков имеют практически гармонический характер (что соответствует теории), а аналогичные зависимости нулевого порядка существенно отличаются от синусоиды. Кроме того, можно заметить, что при увеличении расстояния между решетками уменьшается амплитуда полного сигнала нулевого порядка, при этом становится более заметным влияние высших гармоник на форму сигнала. Это также проявляется в том, что минимальное значение интенсивности нулевого порядка увеличивается с ростом ℓ_z . Для первых же порядков амплитуда сигнала практически не изменяется и примерно в два раза меньше, чем амплитуда в нулевом порядке. Также следует отметить, что минимальные значения мощности в первых порядках практически достигают нулевых значений.

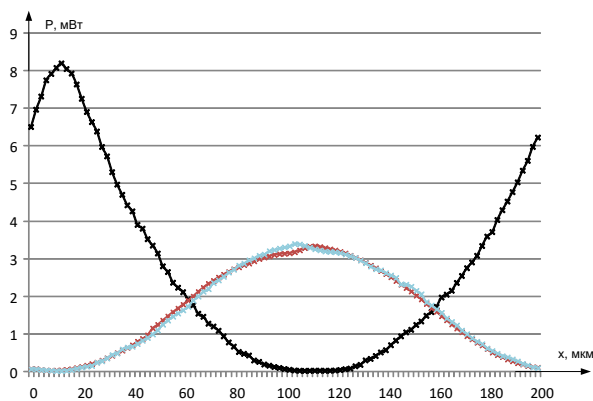


Рис. 6. Экспериментальные зависимости мощностей нулевого и первых порядков от смещения решеток при расстоянии между решетками, равном $l_z = 0$ мм

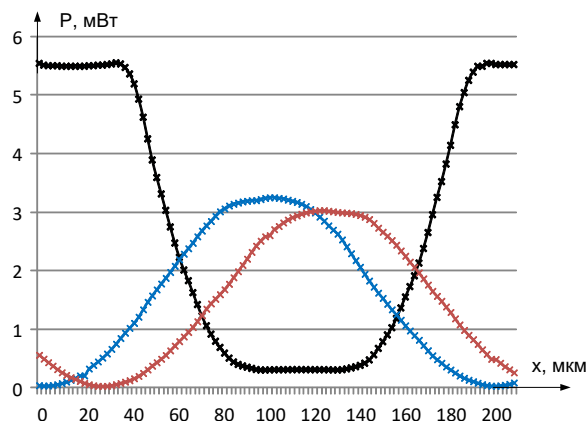


Рис. 7. Экспериментальные зависимости мощностей нулевого и первых порядков от смещения решеток при расстоянии между решетками, равном $l_z = 8$ мм

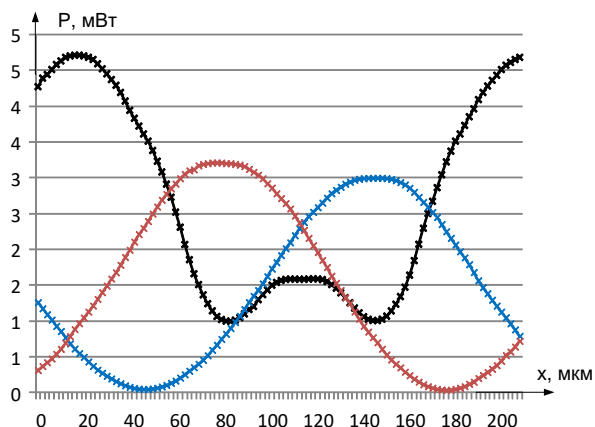


Рис. 8. Экспериментальные зависимости мощностей нулевого и первых порядков от смещения решеток при расстоянии между решетками, равном $l_z = 20$ мм

Выявлено очень хорошее согласование экспериментальных данных с расчетными зависимостями. Например, на рисунке 9 приведены результаты сравнения расчетных и экспериментальных зависимостей мощностей нулевого порядка для расстояния $l_z = 8$ мм. Совмещение вертикальных масштабов расчетных и экспериментальных кривых достигается путем нормировки значений на максимально измеренную величину мощности нулевого порядка.

Заключение

Проведенный теоретический анализ дифракции оптического пучка на системе из двух фазовых прямоугольных решетка был проведен на основе новой математической модели. Эта модель позволила легко оценить вклад центрального и боковых симметричных слагаемых в составе полного сигнала мощности нулевого дифракционного порядка. Детальные экспериментальные исследования хорошо согласуются с расчетными результатами. Использование нулевого порядка в измерительной схеме может иметь свои преимущества, такие как высокая крутизна преобразования и неизменность направления оптического луча. Эти достоинства

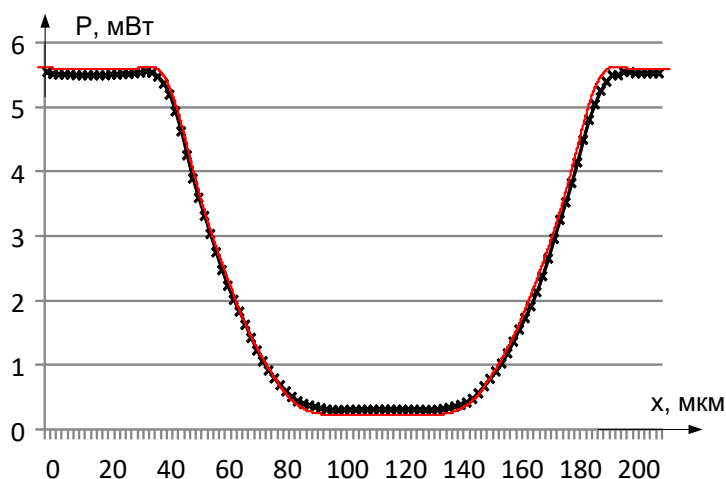


Рис. 9. Экспериментальные и теоретические зависимости мощностей нулевого порядка от смещения решеток при расстоянии между решетками равном $\ell_z = 8$ мм

могут значительно упростить экспериментальную схему при построении датчиков малых угловых и линейных перемещений с высокой разрешающей способностью.

Список источников

- [1] **Комоцкий, В. А.** Теоретический анализ взаимодействия оптической волны с системой пространственно разделенных периодических решеток / А. Ниибизи, В. А. Комоцкий. — М.: ВИНТИ, 1985. — № 661-В86. — 33 с.
- [2] **Комоцкий, В. А.** Анализ интенсивностей дифракционных порядков в оптической схеме, содержащей две фазовые дифракционные решетки / В. А. Комоцкий, Ю. М. Соколов // Вестник РУДН. Серия Физико-математические науки. — М.: Издательство РУДН, 2006. — № 1. — С. 90–95.
- [3] **Комоцкий, В. А.** Основы когерентной оптики и голографии // Изд. РУДН. 2011. 164 с.
- [4] **Комоцкий, В. А.** Исследование датчика малых линейных перемещений на основе двух фазовых дифракционных решеток / В. А. Комоцкий, В. И. Корольков, Ю. М. Соколов // Автометрия. — 2006. — Том 42. — № 6. — С. 105–112.