

37. **О возможности определения параметров голографических сенсоров на основе галоидного серебра по их спектрам пропускания**

А. В. Крайский¹, А. А. Крайский¹, М. А. Шевченко¹, В. А. Постников², Т. В. Миронова¹,
М. А. Казарян¹

¹ Физический институт имени П. Н. Лебедева Российской академии наук, Москва, Россия

² Институт общей и неорганической химии имени Н. С. Курнакова Российской академии наук, Москва, Россия

Представлен краткий обзор работ авторов касающихся вопросов обеспечения с помощью голографических сенсоров максимальной точности измерения концентрации компонентов раствора. Рассмотрены вопросы изменения формы пика коэффициента резонансного отражения при увеличении дифракционной эффективности в случае идеальной периодической структуры в среде без потерь. Представлены алгоритмы определения параметров голографического слоя (толщины слоя и амплитуды переменной части показателя преломления) по спектру пропускания такого слоя.

Ключевые слова: Голографические сенсоры, Дифракционная эффективность, Точность определения длины волны, Форма пика коэффициента отражения, Определение параметров голографического слоя, Светорассеяние, Серебряная эмульсия.

Цитирование: Крайский, А. В. О возможности определения параметров голографических сенсоров на основе галоидного серебра по их спектрам пропускания / А. В. Крайский, А. А. Крайский, М. А. Шевченко, В. А. Постников, Т. В. Миронова, М. А. Казарян // HOLOEXPO 2020 : XVII международная конференция по голографии и прикладным оптическим технологиям : Тезисы докладов. — М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2020. — С. 225–234.

Введение

В настоящей работе речь идет о голографических сенсорах (ГС) [1–4], предназначенных для анализа содержания различных компонентов растворов в диапазоне концентраций мкмоль/л и выше. Чувствительный слой ГС представляет собой голограмму Денисюка, сформированную в гидрогелевой пленке толщиной 10–20 мкм, расположенной на несущей подложке. Отметим, что в данной статье мы будем рассматривать только одномерные сенсоры, когда интерференционные (периодические) слои представляют собой плоские или почти плоские образования. При толщине голографического слоя 20 мкм ширина пика резонансного отражения при нормальном падении света составляет около 8 нм. В матрицу чувствительного слоя внедрены специальные вещества, в результате взаимодействия которых с тестируемым компонентом раствора происходит изменение толщины чувствительного слоя сенсора тем больше, чем выше концентрация тестируемого вещества. В результате этого смещается положение максимума коэффициента отражения. При освещении голограммы белым светом из-

меняется изменение этой длины волны или цветовых характеристик отраженного голограммой света. По этим изменениям определяется концентрация тестируемого вещества. ГС обладают достаточно высокими измерительными возможностями. В [5] в рамках биофизического эксперимента с помощью ГС мы измеряли содержание глюкозы в плазме крови. При этом проводились измерения в разведенной плазме. Вопросы точности этого эксперимента подробно обсуждались в [6]. Инструментальная прецизионность измерений содержания глюкозы в этом эксперименте составила 0,86 мкмоль/л. Для обеспечения максимальной точности необходимо выполнение некоторых условий. В частности, достаточно очевидно, что ширина линии резонансного отражения должна быть минимальна, для чего система интерференционных слоев голографического слоя должна быть строго периодической. Однако, выполнения этого условия недостаточно. Различные аспекты этой проблемы рассматривались в наших работах [7–9]. В [7] в применении к ГС был поставлен вопрос о точности определения положения максимума длины волны и было показано на примере среды без потерь, что параметры голографического слоя влияют на форму линии отражения, поэтому для понимания условий работы сенсора необходимо определять эти параметры. В настоящей работе представлен краткий обзор полученных нами результатов по определению параметров.

1. Форма линии резонансного поглощения и параметры голографического слоя без световых потерь

Теоретическое рассмотрение распространения света в периодических структурах начинается с работ Рэлея [10–11]. Развитие работ в этом направлении и различные методы расчетов рассмотрены в [12–16]. Однако, ГС обладают некоторыми особенностями, что приводит к необходимости внимательнее изучить их строение и свойства. В [7] сформулированы проблемы, возникающие при экспериментальных исследованиях с помощью голографических сенсоров. Решение прямой задачи, т. е. расчет спектра пропускания или отражения при заданной структуре среды не представляет принципиальных трудностей. В зависимости от типа структуры — идеальная периодическая структура, конкретный вид пространственного профиля, амплитуда модуляции изменения оптических параметров среды — возможен тот или иной способ расчета. В общем случае практически всегда возможен численный компьютерный расчет, когда прохождение света моделируется с помощью решения уравнения Максвелла с соответствующими граничными условиями. При этом требуется провести решение для всего рассматриваемого спектрального диапазона. Но даже в случае идеальной периодической структуры для такого расчета необходимо знать конкретные значения параметров голографического слоя: период, профиль зависимостей оптических параметров материала на периоде в абсолютных величинах, толщину голографического слоя. Отметим, что в экспериментальных спектрах отражения ГС наблюдается колоколообразный пик, который на удивление хорошо аппроксимируется гауссовой функцией. Это удалось объяснить с помощью конечности спектральной ширины аппаратной функции (5 нм при экспериментальном спектре 8–17 нм). В спектре пропускания этому пику соответствует в том же месте провал такой же формы. В [7]

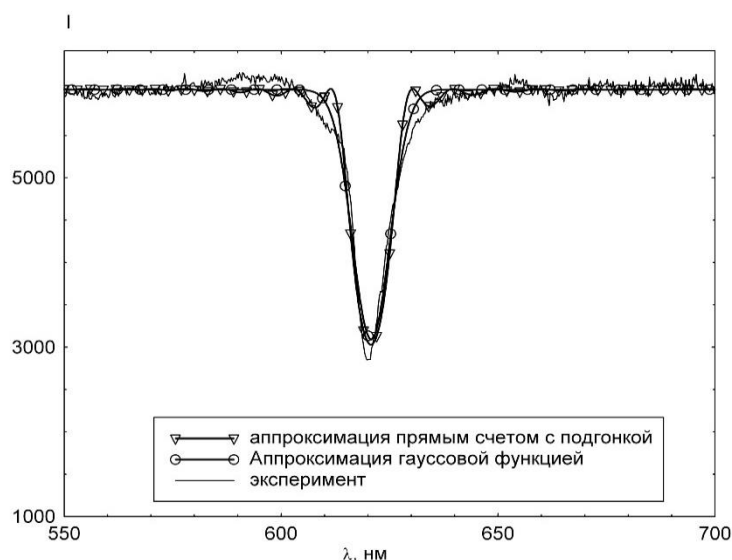
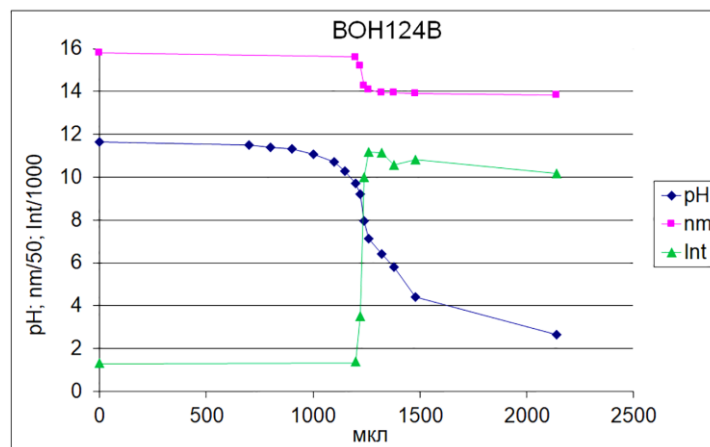


Рис. 1. Спектр пропускания фазовой голограммы при слабом отражении и аппроксимации его гауссовой функцией и при помощи прямого счета [7]

мы исследовали параметры пика и провала в достаточно широком диапазоне толщин и амплитуд модуляции. Результаты показали, что ширины пика и провала при коэффициенте отражения до 0,1 слабо зависят от амплитуды модуляции, а при большем коэффициенте отражения заметно увеличиваются. Амплитуда же провала вначале нарастает практически квадратично, а затем выхлится на насыщение. Тем не менее они изменяются монотонно, что позволяет использовать их при решении обратной задачи, т. е. определении этих параметров методом подгонки, добиваясь согласия их с экспериментально полученными параметрами спектра. Надо учитывать, что при этом требуется знание абсолютных амплитуд пика отражения и амплитуды провала в спектре пропускания. Для получения абсолютной величины амплитуды пика отражения требуется достаточно трудоемкая проблема экспериментального определения ее. Для амплитуды провала в спектре пропускания проблема легко решается. Особенно легко для среды без потерь, когда коэффициент пропускания вне резонансного провала является постоянной величиной.

В [7] для решения этой проблемы в случае идеальной периодической структуры без потерь с синусоидальным профилем показателя преломления мы использовали метод подгонки, т. е. варьируя задаваемые параметры (в нашем случае их всего 2: амплитуда переменной части показателя преломления и толщина голографического слоя) получали наилучшее согласование с экспериментальными значениями.

На рисунке 1 приведен экспериментальный спектр голограммы без потерь (отбеленной голограммы) [7]. Показатель преломления раствора составляет $n = 1,33$. Параметры провала определяются при подгонке функцией Гаусса с постоянным фоном: $\Delta\lambda_{\text{exp}} = 6,16$ нм, $\lambda_{\text{exp}} = 635,85$ нм, амплитуда $A_{\text{exp}} = 0,16$. Амплитуда соответствует среднему отражению (от 10% до 40%, см [7]). Первым определялось значение λ_{exp} , далее подбирали два оставшихся параметра: относительную глубину провала и его ширину.



○ — изменение pH, □ — положение максимума отражения, △ — интенсивность

Рис. 2. Изменение откликов сенсоров при титровании 0,01N NaOH 0,1N HCl. Сенсор на основе матрицы (AA-94моль%, сополимер AA и AMФБ-1%, МВА-3моль%) [3].

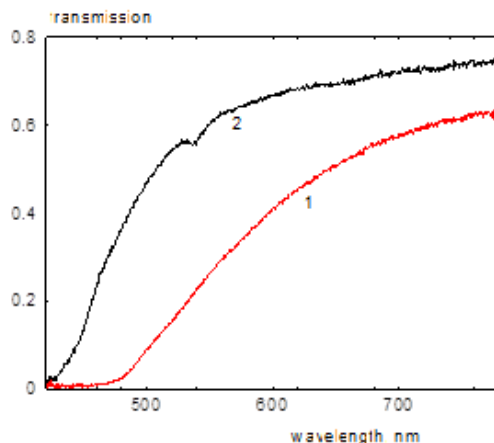
Варьируя толщину H и амплитуду модуляции показателя преломления Δn проводили минимизацию функции рассогласования рассчитанных и экспериментальных параметров провала. Для ускорения расчета использовался рассчитанный заранее набор данных глубин провала A и ширины $\Delta\lambda$ в некоторой области значений толщины голограммы H и амплитуды модуляции показателя преломления Δn . Полученные в результате значения этих параметров брались в качестве решения.

Значения параметров голограммы для этого спектра составляют: $\Delta n = 0,0039$, $H = 22,8$ мкм. При простом расчете эффективной толщины голограммы или эффективного числа слоев [7] для этого спектра эффективное число слоев $N_{\text{eff}} = 0,886 \lambda / \Delta\lambda = 91,4$, эффективная толщина $H_{\text{eff}} = \lambda N_{\text{eff}} / 2n = 21,86$ мкм. Толщина, определенная по спектру, превосходит эффективную толщину (чуть более, чем на 4,3%), определяемую по простой формуле для тонких голографических слоев.

Обнаруженное нами в [3] свойство ГС при резком изменении кислотности увеличивать ДЭ почти на порядок (рисунок 2, кривая с треугольными маркерами) заставляет осторожно относиться к вопросу о точности измерения длины волны, чтобы в этом случае не произошло такого повышения ДЭ, что произойдет значительное уширение пика отражения. Поэтому надо знать параметры голограммы в предполагаемых условиях работы.

2. Спектр пропускания и параметры голографического слоя на основе серебряных эмульсий

Поскольку мы исследуем сенсоры на основе серебряных эмульсий, то необходимо учитывать потери. Для обработки большого количества спектров для этих целей в [8–9] был разработан упрощенный подход без компьютерного моделирования прохождения света через периодическую структуру на основе достаточно простых представлений. На рисунке 3 показан харак-



1 — эмульсионный слой без голографической структуры,
 2 — голографический слой с малой ДЭ (около 4%)

Рис. 3. Характерный вид спектров пропускания голографического слоя [8]

терный вид спектра пропускания эмульсионного слоя без голографической структуры (кривая 1) и спектра пропускания голографического слоя с малой ДЭ [8–9]. (Следует отметить, что иногда встречаются не столь гладкие спектры).

Нас интересуют характеристики голограммы, которые связаны с параметрами провала. Для их определения надо найти фон в этой зоне. Для этого можно, использовать гладкий спектр пропускания вне зоны провала — его продолжение в зону провала и будет задавать фон в этой зоне. Подробнее это будет изложено ниже. На кривой 2 видно, что при таком положении провала простая интерполяция может заметно исказить параметры провала.

В [8] было показано, что как спектр без голографической структуры, так и спектр вне области провала хорошо описываются, если предположить, что причиной такого спада в коротковолновой области спектра является рэлеевское рассеяние на нанозернах серебра в эмульсии. При этом учитывалось также поглощение света в зернах серебра. Рассеяние рассматривалось в рамках дипольного приближения, что накладывало ограничение на размеры зерен r

$$r \ll \frac{\lambda}{\sqrt{|\epsilon_n|}}, \tag{1}$$

где ϵ_n — диэлектрическая комплексная проницаемость материала частицы. Потери, вызванные рэлеевским рассеянием при этом обратно пропорциональны 4-ой степени длины волны, а вызванные поглощением — обратно пропорциональны длине волны.

Кроме того, полагаем расстояние между частицами много меньшим длины волны. Диэлектрическая проницаемость такой композитной среды вычисляется по формуле Максвелла Гарнетта [17–18] и является комплексной величиной

$$\epsilon(z) = \epsilon_m + 3\epsilon_m V_{in} \frac{\frac{\epsilon_n - \epsilon_m}{\epsilon_n + 2\epsilon_m}}{1 - V_{in} \frac{\epsilon_n - \epsilon_m}{\epsilon_n + 2\epsilon_m}} \approx \epsilon_m \left(1 + 3V_{in}(z) \frac{\epsilon_n - \epsilon_m}{\epsilon_n + 2\epsilon_m} \right), \tag{2}$$

где ε_m — диэлектрическая постоянная матрицы эмульсии, которая в нашей работе считается непоглощающей, V_{in} — объемная доля включений. В качестве диэлектрической проницаемости материала частиц при расчетах использовались характеристики металлического серебра. Мнимая часть показателя преломления среды определяется из (2)

$$\text{Im}n = \frac{\text{Im}\varepsilon}{2\sqrt{\text{Re}\varepsilon}} + O(V_{in}^2) = \frac{\text{Im}\varepsilon}{2n_m} + O(V_{in}^2) = \frac{3}{2}n_m V_{in} \text{Im}\left(\frac{\varepsilon_n - \varepsilon_m}{\varepsilon_n + 2\varepsilon_m}\right), \quad (3)$$

где n_m — показатель преломления матрицы. Объединяя потери вследствие рассеяния и поглощения в суммарном коэффициенте экстинкции, можно показать, что в этом случае в качестве аппроксимирующей фон функции можно взять выражение

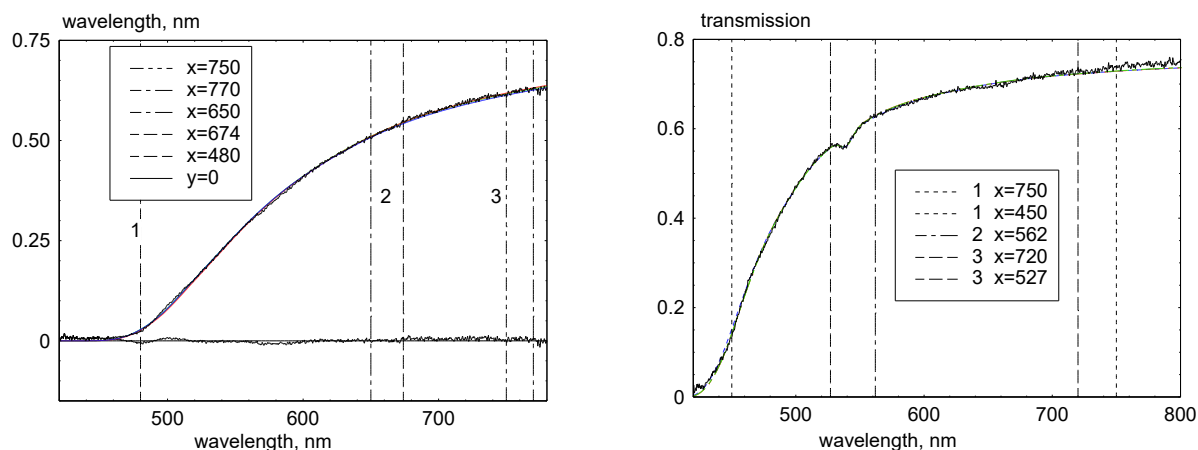
$$I = I_0 \exp\left[-\left|\frac{\varepsilon_n - \varepsilon_m}{\varepsilon_n + 2\varepsilon_m}\right|^2 \left(\frac{d}{\lambda}\right)^4 - \text{Im}\left(\frac{\varepsilon_n - \varepsilon_m}{\varepsilon_n + 2\varepsilon_m}\right) \frac{g}{\lambda}\right], \quad (4)$$

где I_0 — уровень, к которому асимптотически приближается коэффициент пропускания с увеличением длины волны, d — величина, связанная с коэффициентом при 4-ой степени обратной длины волны в показателе экспоненты, g — параметр, связанный с линейной зависимостью в показателе экспоненты. С помощью метода наименьших квадратов подгонкой логарифма функции (4) (т. е. показателя экспоненты) к логарифму экспериментального спектра можно найти все три свободных подгоночных параметра.

Как мы отмечали, при освещении белым светом в спектре отражения имеется узкая линия, отвечающая брэгговским условиям. Она неплохо аппроксимируется гауссовой функцией [7]. В спектре пропускания ей будет соответствовать провал той же формы (кривая 2 на рисунке 1). При аппроксимации провала на фоне спектра пропускания рэлеевского типа для эмульсии мы также используем гауссову функцию. Она описывается тремя параметрами: амплитудой A , положением максимума λ_0 , шириной на половине высоты $\Delta\lambda$. Для аппроксимирующей функции при брэгговском отражении и отсутствии поглощения в [7] было использовано в пределах рабочего интервала выражение

$$I_{br} = I_0 \left(1 - A \exp\left[-\left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta\lambda / 2}\right)^2 \ln 2\right] \right) \quad (5)$$

с тремя подгоночными параметрами для провала. Подгонка параметров — это обратная задача, поэтому решение ее для такой функции может быть неустойчивым и даже не всегда можно найти решение. Здесь мы в качестве приближения примем простейшую модель описания: в спектре пропускания слоя такой среды тот же провал (5) накладывается на функцию, описывающую спектр пропускания слоя без голографической структуры с комплексным показателем преломления (3). Фактически при расчетах это делается произведением функции (3) и выражения внутри квадратных скобок в (5).



а) Слой без голографической структуры, и аппроксимационная кривая, подогнанная по наибольшему диапазону [8]

б) Слой с голографической структурой [8]

Рис. 4. Спектр пропускания эмульсионного слоя и наложенные на него аппроксимационные кривые, полученные для разных диапазонов аппроксимации. Вертикальные линии соответствуют границам диапазонов аппроксимации [8].

3. Примеры аппроксимации спектров и определения параметров провала

С помощью полученных выражений были получены аппроксимирующие кривые для эмульсии без голографической структуры (3) и с голографической структурой (5). Примеры аппроксимирующих кривых приведены на рисунке 4. Видно, что полученные кривые аппроксимируют спектр достаточно хорошо. На рисунке 4а приведена также разность между экспериментальной и аппроксимирующей кривой. Аппроксимация проводилась на 3 диапазонах: широком, коротковолновом, и длинноволновом. Для спектра без провала интервалы были: 480–750 нм, 480–674 нм, и 650–770 нм. Для спектра с провалом: 450–750 нм, 450–562 нм, и 537–720 нм. Для спектра с провалом последний попадал в пределы интервала. Аппроксимация проводилась как с подгонкой в области провала, так и с выброшенным провалом при подсчете минимизирующего функционала.

В таблице 1 показаны результаты для спектра с провалом. Видно, что параметры провала аппроксимировались с очень хорошим согласованием параметров для всех трех диапазонов. Самое замечательное, что кривые хорошо аппроксимируют исходный спектр даже далеко за пределами диапазона аппроксимации. Из этого можно сделать вывод, что основные положения приняты правильно. Что касается параметров спектра, то, уровни насыщения совпали очень хорошо для всех трех кривых. Удовлетворительно согласуются значения параметра d , связанного с рассеянием, для всех трех диапазонов аппроксимации. Однако значения параметра g , связанного с поглощением, на широком и коротковолновом диапазонах различаются заметно, но меньше, чем на 10%, а на длинноволновом диапазоне он почти в 2 раза меньше. Похожая ситуация наблюдается и для спектра без провала. Тем не менее, основной нашей за-

Табл. 1. Параметры спектра пропускания голографического сенсора

№	Нижняя граница, нм	Верхняя граница, нм	Амплитуда	Длина волны, нм	Ширина, нм	I_0	d , нм	G , нм
1	450	750	0,0433	539,4	11,45	0756	257	586
2	450	562	0,0438	539,4	11,78	0755	253	633
3	527	720	0,0421	539,2	10,67	0755	274	309

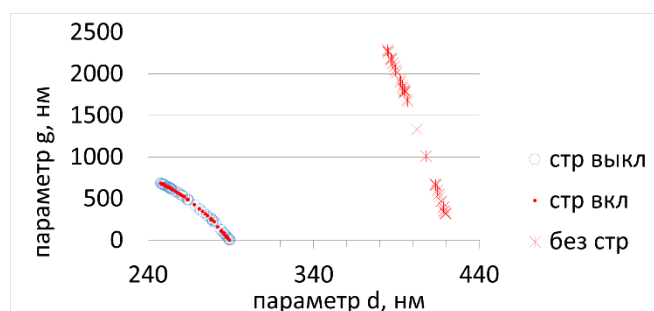


Рис. 5. Взаимозависимость параметров d и g для спектра без брэгговского провала (без стр) и спектра с провалом с учетом (стр вкл) и без учета провала (стр выкл) [9]

дачей было определение параметров провала. Для этой задачи подобное приближение хорошо выполняет свою задачу, т. е. такой метод позволяет определять фон достаточно точно.чевидно, что этот метод позволяет определять релеевский фон независимо от формы локализованных спектральных линий при достаточно протяженном рэлеевском фоне.

В [9] было проведено подробное исследование влияния границ диапазона аппроксимации на значение параметров рэлеевского фона и провала. Надо отметить, что не при всех значениях параметров возможна аппроксимация. Тем не менее, для большинства спектров удавалось находить диапазоны, на которых возможна аппроксимация. На таком диапазоне мы смотрели как поведут себя значения параметров при вариации либо нижней границы диапазона, либо верхней.

Значения параметров рэлеевского фона существенно зависят от границ диапазона аппроксимации, хотя в большинстве рассмотренных спектров кривая хорошо аппроксимировала экспериментальный спектр. Параметр d , связанный с рассеянием, подвержен меньшим изменениям. Параметр g , связанный с поглощением изменяется достаточно сильно.

На рисунке 5 показаны взаимозависимости обоих параметров. Видно, что точки расположились в виде двух семейств, расположенных каждая на своей линии. Косыми крестами обозначены точки для эмульсии без голографической структуры. Другое семейство относится к голографическому слою. Для него синие круги относятся к случаям, когда область провала не принимала участия в аппроксимации. Точки относятся к случаям, когда область провала включалась в процесс аппроксимации. Видно, что точки практически сливаются. Т. о. область провала может не приниматься во внимание при проведении аппроксимации. Это важно в тех случаях, когда пик отражения имеет сложную форму и его нежелательно подключать при аппроксимации.

Заключение

В работе показано, что при разработке и использовании голографических сенсоров для обеспечения максимальной точности необходимо контролировать параметры голографического слоя: амплитуду переменной части показателя преломления и толщину слоя.

Представлен алгоритм определения по спектру пропускания параметров голографического слоя в случае идеальной периодической среды, в которой отсутствуют потери. Алгоритм работает в широком диапазоне дифракционных эффективностей.

Продемонстрировано, что в реальном голографическом сенсоре с эмульсией на основе нанозерен серебра спектр пропускания определяется светорассеянием нанозерен серебра и поглощением излучения в них. Спектр имеет вид рэлеевского фона, пропорционального 4-ой степени волнового числа, и узкого брэгговского провала в этом фоне. Параметры провала определяются параметрами голографического слоя — периодом голографической структуры, амплитудой переменной части показателя преломления и толщиной голографического слоя. Предложено простое выражение, позволяющее по спектральным диапазонам вне зоны провала определять параметры рэлеевского фона. Это позволяет задавать его в зоне провала и т. о. выделить провал.

Обнаружено, что найденные таким образом параметры рэлеевского фона, связанные со светорассеянием и с поглощением, полученные при изменении границ диапазонов аппроксимации, взаимосвязаны. Они хорошо аппроксимируют экспериментальный спектр даже вне зоны аппроксимации и в двумерном пространстве своих значений образуют семейство точек, лежащих на одной кривой.

Список источников

- [1] **Patent 1995026499 A1 WO.** Hologram used as a sensor / C. R. Lowe, R. B. Millington, J. Blyth, A. G. Mayes. — Pub. 05.10.1995.
- [2] **Yetisen, A. K.** Holographic Sensors: Three-Dimensional Analyte-Sensitive Nanostructures and Their Applications / A. K. Yetisen, I. Naydenova, F. da Cruz Vasconcellos, J. Blyth, C. R. Lowe // *Chemical Reviews*. — 2014. — 1409300950.
- [3] **Крайский, А. В.** Голографические сенсоры для диагностики компонентов растворов / А. В. Крайский, В. А. Постников, Т. Т. Султанов, А. В. Хамидулин // *Квантовая электроника*. — 2010. — Том 40. — №2. — С. 178–182.
Kraiskii, A. V. Holographic sensors for diagnostics of solution components / A. V. Kraiskii, V. A. Postnikov, T. T. Sultanov, A. V. Khamidulin // *Quantum Electronics*. — 2010. — Vol. 40 (2). — P. 178–182.
- [4] **Postnikov, V. A.** [Holographic Sensors for Detection of Components in Water Solutions](#) / V. A. Postnikov, A. V. Kraiskii, V. I. Sergienko // *Holography — Basic Principles and Contemporary Applications*; ed. Dr. Emilia Mihaylova — InTech, 2013. — ISBN: 978-953-51-1117-7. — P. 103–128. — DOI: 10.5772/53564.
- [5] **Зайцева, Г. В.** Эффекты уменьшения концентрации глюкозы в плазме крови после насыщения крови кислородом / Г. В. Зайцева и др. // *Краткие сообщения по физике ФИАН*. — 2017. — Том 44. — №6. — С. 3.

- [6] **Крайский, А. В.** К вопросу о точности определения концентрации глюкозы в плазме крови с помощью голографических сенсоров / А. В. Крайский, В. А. Постников, М. А. Шевченко // HOLOEXPO 2019 : XVI международная конференция по голографии и прикладным оптическим технологиям : тезисы докладов. — Москва : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2019. — С. 170–173.
- [7] **Крайский, А. А.** Определение параметров голографического слоя по его спектральным характеристикам / А. А. Крайский, А. В. Крайский // Квантовая Электроника. — 2016. — Том 46. — №6. — С. 558–566.
Kraiski, A. A. [Determination of the parameters of a holographic layer by its spectral characteristic](#) / A. A. Kraiski, A. V. Kraiskii // Quantum Electron. — 2016. — Vol. 46 (6). — P. 558–566. — DOI: 10.1070/QEL14915.
- [8] **Крайский, А. В.** [О возможности определения параметров спектров пропускания голографических сенсоров на основе серебряных эмульсий](#) / А. В. Крайский, А. А. Крайский, М. А. Шевченко, В. А. Постников, Т. Т. Султанов, Т. В. Миронова, М. А. Казарян // Оптика атмосферы и океана. — 2018. — Том 31. — №4. — С. 324–329. — DOI: 10.15372/AOO20180412.
- [9] **Kraiski, A. V.** [Influence of approximation range of the hologram transmission spectrum on the inverse problem solution](#) / A. V. Kraiski, A. A. Kraiski, M. A. Shevchenko, V. A. Postnikov, T. T. Sultanov, T. V. Mironova, M. A. Kazaryan // International Conference on Atomic and Molecular Pulsed Lasers XIII : Proc. of SPIE. — 2018. — Vol. 10614. — P. 1061410. — DOI: 10.1117/12.2302808.
- [10] **Lord Rayleigh.** On the Maintenance of Vibrations by Forces of Double Frequency, and on the Propagation of Waves through a Medium endowed with a Periodic Structure / Lord Rayleigh // Phil. Mag. — S. 5. — 1887. — Vol. 24. — P. 145–159.
- [11] **Lord Rayleigh.** On the Remarkable Phenomenon of Crystalline Reflexion described by Prof. Stokes / Lord Rayleigh // Phil. Mag. — S. 5. — 1888. — Vol. 26. — P. 256–265.
- [12] **Бриллюэн, Л.** Распространение волн в периодических структурах / Л. Бриллюэн, М. Пароди. — М. : ИЛ, 1959.
- [13] **Борн, М.** Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. — М. : Наука, 1979.
- [14] **Kogelnik, H.** The Bell System Technical Journal / H. Kogelnik. — 1969. — Vol. 48. — P. 2909–2947.
- [15] **Кольер, Р.** Оптическая голография / Р. Кольер, К. Беркхард, Л. Лин. — М. : Мир, 1973. — 450 с.
- [16] **Ярив, А.** Оптические волны в кристаллах / А. Ярив, П. Юх; пер. с англ. — М. : Мир, 1987. — 616 с.
- [17] **Maxwell Garnett, J. C.** Colours in Metal Glasses, in Metallic Films / J. C. Maxwell Garnett // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character. — 1904. — Vol. 203. — P. 385–420.
- [18] **Maxwell Garnett, J. C.** Colours in Metal Glasses, in Metallic Films, And in Metallic Solutions — II / J. C. Maxwell Garnett // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character. — 1906. — Vol. 205. — P. 237–288.