

## Регистрация цифровых объемных голограмм с фазово-модулированным опорным пучком

С. Г. Каленков<sup>1</sup>, Г. С. Каленков<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Московский политехнический университет, Москва, Россия

<sup>2</sup> Институт динамики геосфер РАН, Москва, Россия

Рассмотрен метод регистрации и реконструкции цифровых голограмм с фазово-модулированным опорным пучком, который создается подвижным зеркалом интерферометра. В процессе перемещения зеркала в каждом пикселе матрицы записывается интерферограмма — интенсивность интерференционного поля, образованного объектным и опорными полями, как функция величины перемещения подвижного зеркала. Фурье преобразование интерферограммы в каждом пикселе матрицы регистрации дает цифровую голограмму. В случае, когда голограмма записывается в свете когерентного источника, набор голограмм, записанных при каждом смещении зеркала, можно рассматривать как цифровые «слои» в объемных голограммах Денисюка. Показано, что при оптимальной связи между шагом зеркала и длиной волны можно при реконструкции голограммы устранить как фон, так и сопряженное изображение.

*Ключевые слова:* оптика, гиперспектральная голография, сканирующий интерферометр.

*Цитирование:* Каленков, С. Г. Регистрация цифровых объемных голограмм с фазово-модулированным опорным пучком / С. Г. Каленков, Г. С. Каленков // HOLOEXPO 2021 : XVIII Международная конференция по голографии и прикладным оптическим технологиям : Тезисы докладов. — М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2021. — С. 35–41.

### Введение

В серии наших работ [1–4] был предложен метод регистрации цифровых гиперспектральных голограмм. Особенность данного метода состоит в том, что для записи гиперспектральных голограмм используется источник некогерентного (белого) света. Сама процедура записи состоит в том, что в оптическую схему включено подвижное зеркало для создания серии фазово-модулированных опорных пучков.

Отдельный интерес представляет случай, когда голограмма записывается в свете когерентного источника. В этом случае, как мы показали, набор голограмм, записанных при каждом смещении зеркала, можно рассматривать как цифровые «слои» в объемных голограммах Денисюка. Важная особенность таких объемных цифровых голограмм состоит в том, что процесс восстановления голографического изображения сводится, по существу, к простому преобразованию Фурье (в каждом пикселе матрицы регистрации) по величине смещения сканирующего зеркала. Кроме того, объемные голограммы, как известно, позволяют восстанавливать одно изображение объекта — действительное или мнимое (сопряженное). Как мы показали, для цифровой объемной голограммы это дает возможность значительно понизить шум, возникающий из-за наложения друг на друга действительного и сопряженного изображения.

Сама по себе возможность регистрации цифровых объемных голограмм представляет, конечно, самостоятельную ценность и в других задачах, где есть необходимость регистрации не только плоских объектов, но и протяженных сцен.

### 1. Модель

В процессе сканирования в каждом пикселе матрицы регистрируется временной сигнал, удобно смещение зеркала  $\delta$  представить в виде  $\delta = Vt$ ,  $V$  — скорость движения зеркала, и  $\nu = \sigma V = V/\lambda$  — частота сигнала.

Тогда выражения для интерферограммы как функция времени имеет вид

$$G(\xi, t) = G_0 + A(\xi) \exp(-2\pi i \nu t) + A^*(\xi) \exp(2\pi i \nu t). \quad (1)$$

Определим  $\hat{F}_T$  — преобразование функции  $f(t)$

$$\hat{F}_T[f] \equiv \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \exp(2\pi i \nu t) dt. \quad (2)$$

Здесь  $T = L/V$  — одного скана зеркала.

При  $T \rightarrow \infty$   $\hat{F}_T$  — преобразование переходит просто в преобразование Фурье. Комплексно сопряженное преобразование, очевидно есть  $\hat{F}_T^*[f] \equiv \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f^*(t) \exp(-2\pi i \nu t) dt$ .

В нашей работе [5] рассмотрена процедура записи голограмм, «резонансными» фазовыми шагами, когда длина хода сканирующего зеркала связана с длиной волны излучения условием:  $\text{sinc}(\sigma L) = \text{sinc}(2\sigma L) = 0 \rightarrow \sigma L_m = m \rightarrow L_m = m\lambda$ . Как показано в этой работе, это позволяет устранить при реконструкции (преобразовании Фурье) голограммы и фон, и сопряженное изображение. В этой работе мы также показали, что цифровая голография со сканирующим зеркалом имеет тесную и глубокую аналогию с аналоговой голографией Денисюка [6, 7]. Именно: зеркальные слои почернения в толстослойной голограмме Денисюка можно уподобить цифровым голограммам — «цифровым слоям», записанным при каждом шаге сканирующего зеркала.

Поскольку  $L = VT$ , то это условие можно записать так.

$$\text{sinc}(\nu T) = \text{sinc}(2\nu T) = 0 \rightarrow \nu T_m = m \rightarrow T_m = m\tau, \tau = \nu^{-1}. \quad (3)$$

В частности, для функции  $f(t) \equiv 1$  из (2) и (3) следует, что

$$\begin{aligned} \hat{F}_{T_m}[1] &= \frac{1}{T_m} \int_{-T_m/2}^{T_m/2} 1 \exp(\pm 2\pi i \nu t) dt = \text{sinc}(\pm \nu T_m) = \\ &= \frac{1}{T_m} \int_{-L_m/2}^{L_m/2} 1 \exp(\pm 4\pi i \nu t) dt = \text{sinc}(2\nu T_m) = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Условие (3) означают, что интерферограмма обрабатывается на временном интервале  $T_m = m\tau$ , т. е. надо брать целое число периодов сигнала, поступающего на матрицу (в каждый пиксель), с частотой  $\nu$ .

Рассмотрим  $\hat{F}_{T_m}$ -преобразование голограммы (1). Умножим голограмму (1) на множитель  $\frac{1}{T_m} \exp(2\pi i v t)$  и выполним интегрирование по интервалу  $-T_m/2 \leq t \leq T_m/2$ . С учетом (3) и (4), получим

$$\hat{F}_{T_m} [G(\xi, t)] = A(\xi). \quad (5)$$

Для комплексно сопряжённого преобразования голограммы, очевидно, получим:  $\hat{F}_{T_m}^* [G(\xi, t)] = A^*(\xi)$ . (Здесь уже голограмму надо умножить на  $\frac{1}{T_m} \exp(2\pi i v t)$  и выполнить интегрирование.)

## 2. Шум

Шум при регистрации голограммы возникает по двум причинам: во-первых, объектное поле распространяется по трассе объект — матрица через оптически неоднородный слой воздуха. Далее такой слой будем называть турбулентной средой. Во-вторых, положение зеркала при записи голограммы определяется с некоторой точности. Поэтому при интегрировании или, при выполнении  $\hat{F}_{T_m}$  — преобразования голограммы, нет возможности идти «точно по следам», т. е. брать именно те значения переменной  $t$ , при которых регистрировалась голограмма  $G(\xi, t)$  на каждом шаге.

### 2.1. Шум, обусловленный турбулентностью

Если бы воздушная трасса была однородна, то амплитуда  $A(\xi)$  в плоскости регистрации была бы связана с амплитудой объекта  $a(x)$  интегральным оператором  $\hat{\Phi}(\xi, x) : A(\xi) = \hat{\Phi}(\xi, x)a(x)$ , где, в зависимости от геометрии эксперимента, оператор представляет собой либо преобразование Френеля, либо преобразование Фурье. При наличии турбулентности на трассе, локальное значение показателя преломления среды испытывает случайные флуктуации, поэтому сам оператор  $\hat{\Phi}$  является случайной величиной, зависящий от локальных пространственных флуктуаций плотности среды, которые сами зависят от времени. Таким образом, комплексная амплитуда поля в плоскости регистрации  $A(\xi)$  зависит от времени.

$$A(\xi, t) = \hat{\Phi}(t, \xi, x)a(x). \quad (6)$$

В общем случае  $\hat{\Phi}(t, \xi, x)$  — есть, вообще говоря, интегральный оператор, который определяется путем решения уравнений Максвелла для распространения световых волн в неоднородной среде. Вопросы, связанные с детальным распространением волн в неоднородной среде, выходят за рамки нашего рассмотрения. Здесь мы ограничимся случаем слабой турбулентности, когда оператор  $\hat{\Phi}(t, \xi, x)$  представляет собой преобразование Френеля. В этом случае, подставляя в выражение (1) для интерферограммы, комплексную амплитуду  $A(\xi, t)$  получаем

$$\begin{aligned} G_{ac}(\xi, t) &= G_0 + A(\xi, t) \exp(-2\pi i \nu t) + A^*(\xi, t) \exp(2\pi i \nu t) = \\ &= G_0(t) + \hat{\Phi}(t, \xi, \mathbf{x}) a(\mathbf{x}) \exp(-2\pi i \nu t) + \hat{\Phi}^*(t, \xi, \mathbf{x}) a(\mathbf{x}) \exp(2\pi i \nu t). \end{aligned} \quad (7)$$

Индекс *ac* в выражении для голограммы (accidental) подчеркивает стохастический процесс регистрации голограммы с учетом шумов  $G_{ac}(\xi, t)$ . Теперь выполним  $\hat{F}_{T_m}$ -преобразования голограммы (7), которое содержит три интеграла: первый интеграл — это преобразование фона  $G_0(\xi, t) = |A(\xi, t)|^2 + 1$ , которое сводится к преобразованию интенсивности объектного поля в произвольном пикселе  $\xi$ , именно

$$\hat{F}_{T_m} G_0(\xi, t) = \frac{1}{T_m} \int_{-T_m/2}^{T_m/2} |A(\xi, t)|^2 \exp(2\pi i \nu t) dt. \quad (8)$$

Если за время порядка  $T_m$  интенсивность предметного поля в каждом пикселе  $\xi$  существенно во времени не меняется, то  $|A(\xi, t)|^2 \approx \text{const}$  и интеграл (8) равен нулю. Это условие:  $\hat{F}_{T_m} G_0(\xi, t) = 0$  и означает приближение слабой турбулентности среды на трассе распространения предметной волны от объекта до матрицы регистрации.

Оценим величину интервала времени  $T_m$  в наших экспериментах. Зеркало проходит путь порядка 30 мкм примерно за 10 с, так что скорость  $V \approx 3$  мкм/с, длина волны  $\lambda \approx 0,5$  мкм, тогда частота  $\nu = V/\lambda \approx 6-10$  с<sup>-1</sup>, а период  $\tau \approx 0,1$  с. Если взять  $m = 10$ , то  $T_m \approx 1$  с.

Тем не менее, слаботурбулентная среда может вызывать фазовое искажение объектного поля. Чтобы учесть такие искажения, представим комплексную амплитуду возмущенного поля  $A(\xi, t)$  в виде

$$A(\xi, t) = A(\xi) \exp(2\pi i \gamma t), \quad (9)$$

где  $\gamma$  — случайная величина, принимающая случайные значения в моменты времени регистрации интерферограммы. Образно говоря, турбулентность среды навязывает объектному полю множитель со случайной фазой  $\varphi_\gamma = 2\pi \gamma t$ .

## 2.2. Шум, обусловленный точностью позиционирования зеркала

Выше предполагалось, что скорость зеркала постоянна, а поэтому и частота  $\nu = V/\lambda = \text{const}$ . В действительности, это, конечно, не так: скорость также следует считать случайной величиной, именно:  $V(t) = V + \Delta V(t)$ , где  $\Delta V(t)$  — случайная величина. Соответственно и частоту  $\nu(t) = \nu + \Delta V(t)/\lambda$  следует считать случайной величиной. Подставим эту величину в выражение (7), и, учитывая (9), получаем

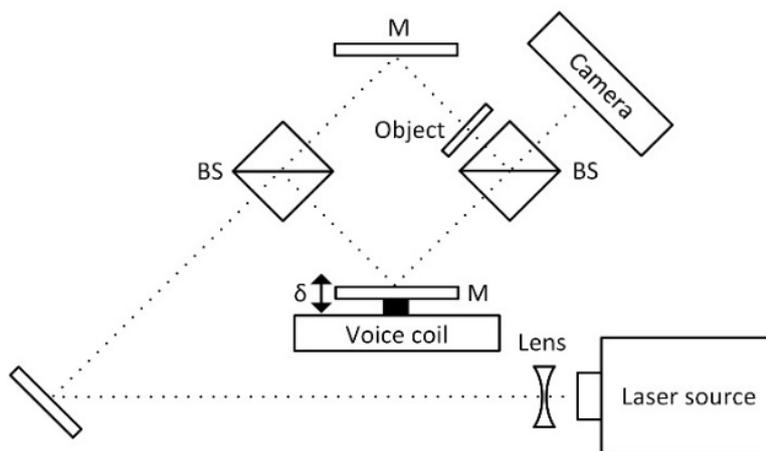
$$G(\xi, t) = G_0 + A(\xi) \exp(2\pi i \gamma t) \exp(-2\pi i \Delta \nu t) \exp(-2\pi i \nu t) + \text{cc}. \quad (10)$$

Здесь  $\Delta \nu = \Delta V(t)/\lambda$  — случайная вариация частоты.

Как видно из (10), случайная вариация частоты также навязывает объектному полю множитель  $\exp(-\exp(-2\pi i \Delta \nu t))$  со случайной фазой  $\varphi_\nu(t) = 2\pi i \Delta \nu t$ . Таким образом, голограмма (10) содержит комплексную амплитуду поля  $A(\xi, t) = A(\xi) \exp[i\varphi_{ac}(t)]$  со стохастической фазой

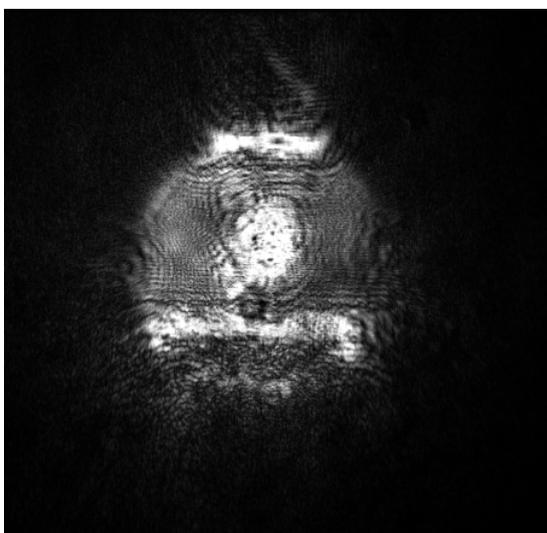
$$\varphi_{ac}(t) = \varphi_\gamma + \varphi_\nu = 2\pi(\gamma + \Delta \nu)t. \quad (10)$$

В этих обозначения уравнение голограммы (10) можно записать в виде



*Laser source* — лазер, *BS* — светоделительный куб, *M* — зеркало, *Camera* — матричный приемник, *Object* — объект, *Lens* — отрицательная линза

**Рис. 1.** Оптическая схема интерферометра



**Рис. 2.** Дифракционная картина объекта, поступающая на матрицу приемника



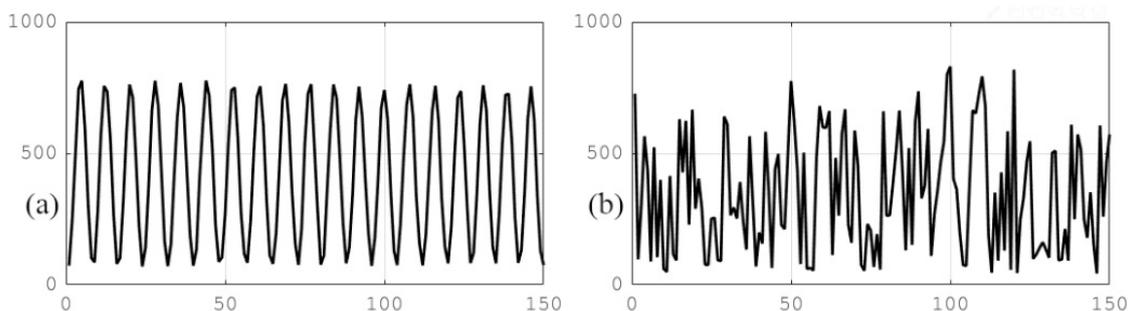
**Рис. 3.** Восстановленное изображение объекта: портрет Чарли Чаплина, перенесенный на голографическую пластину с уменьшением (размер объекта ≈ 1 мм)

$$G_{ac} = [G_0 + A_{ac}(\xi)\exp(-2\pi i v t) + A_{ac}^*(\xi)\exp(2\pi i v t)]. \tag{11}$$

а ее преобразование Фурье дает просто комплексную амплитуду стохастического поля  $\hat{F}_{T_m} \{G_{ac}(\xi, \delta)\} = A_{ac}(\xi) = A(\xi) \exp[i\Delta_k(\xi)]$ , как это было при выводе формулы (4).

### 3. Эксперимент

Экспериментальную верификацию изложенных выше принципов выполняли на интерферометре, оптическая схема которого приведена на рис. 1.



**Рис. 4.** Вид интерферограммы при регистрации в стационарных условиях (a) и при наличии возмущений (b)

Излучение лазера расширяется слабой линзой и направляется в интерферометр. Дифракционная картина объекта (голографическая пластинка, на которую предварительно сфотографировали с уменьшением портрет Чарли Чаплина) падает на матрицу приемника (рис. 2 и 3).

Зеркало в опорном плече, размещенное на подвижке, направляет опорный луч также на матрицу, формируя цифровую голограмму. Камера с некоторой частотой кадров  $\approx 50$  Гц регистрирует набор голограмм при последовательном смещении зеркала с постоянной скоростью. В процессе смещения зеркала каждый пиксель матрицы регистрирует интерферограмму: интенсивность пришедшего излучения как функцию времени. В условиях равномерно движущегося зеркала и отсутствия вибраций вид интерферограммы представляет собой синусоидальный сигнал, в случае присутствия каких-либо возмущений сигнал искажается. На рис. 4 приведены интерферограммы, полученные в стационарных условиях и в присутствии воздушного потока в предметном плече.

### Заключение

Рассмотрен метод и соответствующая оптическая схема регистрации цифровых голограмм объектов с фазово-модулированным опорным пучком. Оптическая схема регистрации включает в себя лазер и интерферометр со сканирующим зеркалом для генерации фазово-модулированных опорных волн. Построена теоретическая модель влияния шума на качество реконструированного изображения. Проведены эксперименты по цифровой реконструкции голографического изображения объекта, находящегося в слаботурбулентной воздушной среде. Показано, что оптическая схема и предложенный алгоритм реконструкции изображения обладает значительной устойчивостью к шумам, обусловленным вибрацией и турбулентностью. Рассмотрена также теоретическая модель влияния шума на качество реконструированного изображения. Проведены эксперименты по цифровой реконструкции голографического изображения объекта, находящегося в слаботурбулентной воздушной среде. Показано, что оптическая схема и предложенный алгоритм реконструкции изображения обладает значительной устойчивостью к шумам, обусловленным вибрацией и турбулентностью.

**Список источников**

- [1] **Kalenkov, S. G.** [Spectrally-spatial fourierholography](#) / S. G. Kalenkov, G. S. Kalenkov, A. E. Shtanko // Optics Express. — 2013. — Vol. 21. — № 21. — P. 24985–24990.
- [2] **Kalenkov, G. S.** Гиперспектральная голографическая фурье-микроскопия / G. S. Kalenkov, S. G. Kalenkov, A. E. Shtanko // Квантовая электроника. — 2015. — Том 4. — № 45. — P. 333–338.
- [3] **Kalenkov S. G.** [Hyperspectral holography: an alternative application of the Fourier transform spectrometer](#) / S. G. Kalenkov, G. S. Kalenkov, A. E. Shtanko // Journal of the Optical Society of America B. — 2017. — Vol. 34. — № 5. — P. B49–B55.
- [4] **Kalenkov, S. G.** [Self-reference hyperspectral holographic microscopy](#) / S. G. Kalenkov, G. S. Kalenkov, A. E. Shtanko // Journal of the Optical Society of America A. — 2019. — Vol. 36. — № 2. — P. A34–A38.
- [5] **Kalenkov, S. G.** [Continuous phase-shifting holography](#) / S. G. Kalenkov, G. S. Kalenkov, A. E. Shtanko // Journal of the Optical Society of America A. — 2019. — Vol. 37. — № 1. — P. 39–44.
- [6] **Kalenkov, S. G.** [Hyperspectral holography and volume Denisyuk holograms](#) / S. G. Kalenkov, G. S. Kalenkov // Holography: Advances and Modern Trends VI : Proceedings of SPIE. — 2019. — Vol. 11030. — P. 1103004.
- [7] **Денисюк, Ю. Н.** Об отображении оптических свойств объекта в волновом поле рассеянного им излучения / Ю. Н. Денисюк // Оптика и спектроскопия. — 1963. — Том 15. — С. 552–532.