

# Исследование квантования фазовых распределений при фазовой модуляции посредством цифрового микрозеркального устройства и компьютерной голографии Ли

А. О. Георгиева, А. В. Черных, Н. В. Петров

Национальный исследовательский университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия

В настоящем докладе приведено исследование квантования фазовых распределений при амплитудно-фазовой модуляции посредством бинарного цифрового микрозеркального устройства, компьютерной голографии Ли и пространственной Фурье-фильтрации в зависимости от несущих частот бинарной голограммы. Представлены результаты численного моделирования и экспериментальных исследований структурированных пучков и произвольных распределений для исследования связи наклона несущих полос на КСГ и квантования получаемых фазовых распределений. На примере расчета ошибок гистограммы значений фазы продемонстрировано снижение ошибки квантования получаемых фазовых распределений по отношению к квантованию целевых распределений при увеличении наименьшего общего кратного периодов бинарной голограммы.

*Ключевые слова:* Цифровое микрозеркальное устройство, Модуляция, Квантование изображений, Бинаризация, Компьютерная голография Ли.

*Цитирование:* Георгиева, А. О. Исследование квантования фазовых распределений при фазовой модуляции посредством цифрового микрозеркального устройства и компьютерной голографии Ли / А. О. Георгиева, А. В. Черных, Н. В. Петров // HOLOEXPO 2023: 20-я Международная конференция по голографии и прикладным оптическим технологиям : Тезисы докладов. — СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2023. — С. 402–409.

## Введение

Компьютерная голография находит широкое применение в современной фотонике, например, в таких приложениях как хранение голографических данных [1,2], манипулирование световыми полями [3], генерация структурированного света [4]. В данной методике на основе дифракционных алгоритмов синтезируются компьютерные голограммы для дальнейшего аналогового вывода, например, на пространственно-временные модуляторы света (ПВМС). В качестве ПВМС часто используется цифровое микрозеркальное устройство (ЦМУ), которое отличается высокой частотой переключения паттернов и высоким пространственным разрешением [5]. Основным элементом ЦМУ является матрица микрозеркал, каждое из которых представляет собой отдельный пиксель проецируемого изображения и может поворачиваться на  $+12^\circ$  или  $-12^\circ$ . Данное устройство является бинарным, то есть модулирует только амплитуду волнового фронта [6]. Однако, используя методы компьютерной голографии возможно осуществлять амплитудно-фазовую модуляцию посредством использования телескопической системы с Фурье-фильтрацией дифракционных порядков.

Существует множество методов компьютерной голографии для генерации бинарных компьютерно-синтезированных голограмм (КСГ), чтобы реализовать амплитудно-фазовую

модуляцию с помощью ЦМУ [7,8], одним из самых простых и быстрых является метод голографии Ли, применяющийся для исследования быстропротекающих процессов [9].

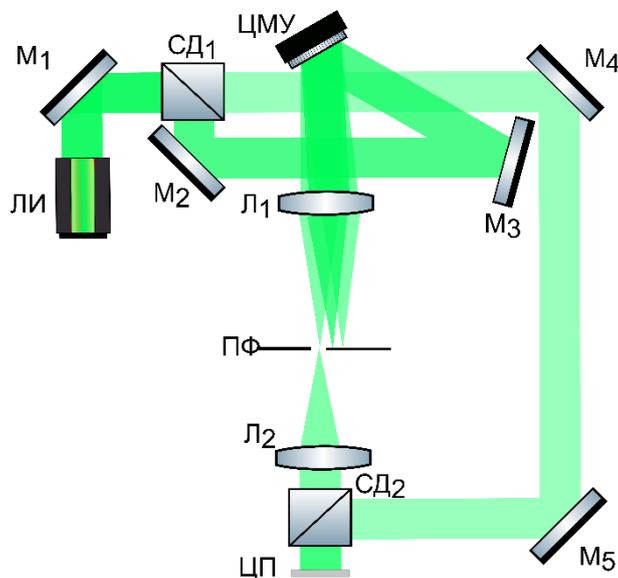
Одним из критериев качества фазовой модуляции является точность воспроизведения дискретных уровней градаций фазы, или квантованием фазовых распределений. В голографии Ли квантование зависит от периода бинарных полос на КСГ. Кроме того, период влияет на расстояние между дифракционными порядками в Фурье-плоскости, в зависимости от которого выбирается размер апертуры для фильтрации, что определяет пространственное разрешение получаемых распределений [10]. Применение пространственной фильтрации подразумевает использование достижения максимально возможного расстояния между дифракционными порядками для обеспечения высокого пространственного разрешения получаемых распределений. Чаще всего, при синтезе/регистрации голограммы несущие полосы ориентируют перпендикулярно диагонали ПВМС/матричного детектора. При этом расстояние между дифракционными порядками максимально, т.е. возможно обеспечивается максимально возможное пространственное разрешение посредством увеличения размера апертуры для фильтрации. Однако увеличить расстояние между дифракционными порядками можно посредством уменьшения периода несущих полос, которое предполагает снижение квантования [10], которое критично для целевых распределений, обладающих большим количеством различных градаций фазы. Таким образом, мы приходим к следующей постановке задачи: обеспечение максимально возможного квантования фазовых распределений при минимально допустимом для данного распределения пространственном разрешении при использовании метода голографии Ли.

## 1. Экспериментальная установка

Проведение экспериментальных исследований квантования фазовых распределений в зависимости от угла наклона бинарных полос КСГ, синтезированных по методу голографии Ли, осуществлялось посредством установки, схема которой показана на рис. 1.

Для возможности точного измерения получаемых амплитудно-фазовых распределений система оснащена опорным плечом, которое позволяет рассматривать установку как интерферометр Маха-Цендера. Лазерное излучение ( $\lambda = 532$  нм) разделялось светоделителем СД<sub>1</sub> на объектный и опорный пучок. Объектный падал на матрицу ЦМУ (DMD DLP6500, 1920×1080, 7,56 мкм), на которую подавалась бинарная компьютерно-синтезированная голограмма по методу Ли с закодированными целевыми амплитудным и фазовым распределением, методика подробно описана в работе [10]. Отраженный от ЦМУ пучок проходил через телескопическую систему с линзами  $L_1$  ( $f_1 = 200$  мм) и  $L_2$  ( $f_2 = 100$  мм) с пространственной Фурье-фильтрации в общей плоскости. В плоскости формирования изображения телескопической системы (целевой плоскости – ЦП) формируется получаемый волновой фронт, отличающийся от целевого на некоторое значение ошибки модуляции. Опорный пучок проходил через систему зеркал и отражался от светоделителя СД<sub>2</sub>, формируя в ЦП внеосевую цифровую голограмму вместе с объектным пучком. В ЦП размещалась

регистрирующая КМОП-камера. Восстановление фазы из регистрируемых цифровых голограмм производилось с помощью метода локальных наименьших квадратов [11,12].



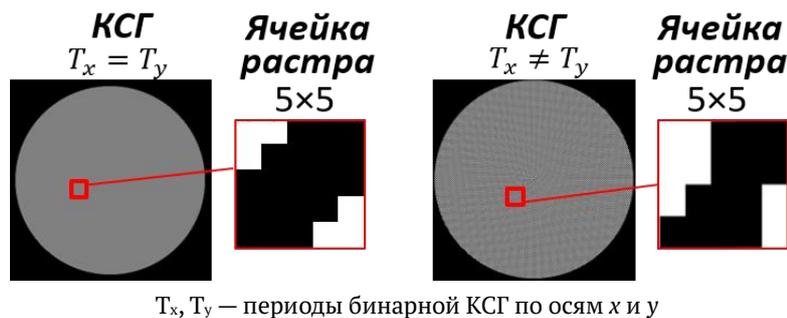
ЛИ — лазерный источник; M<sub>1-5</sub> — зеркала; СД<sub>1-2</sub> — светоделители; ЦМУ — цифровое микрозеркальное устройство; Л<sub>1-2</sub> — линзы; ПФ — пространственный фильтр; ЦП — целевая плоскость

**Рис. 1.** Экспериментальная схема для амплитудно-фазовой модуляции с помощью ЦМУ и голографического контроля

В качестве целевых фазовых распределений для оценки квантования использовались как структурированные пучки в виде оптического вихря, конической фазы, плоской наклонной фазы, так и произвольные распределения. Однако пространственное распределение фазы оптического вихря с зарядом 1 позволило наиболее наглядно продемонстрировать изменение квантования получаемых фазовых распределений в зависимости от периодов бинарной КСГ по осям  $x$  и  $y$ , которые в свою очередь определяют угол наклона бинарных полос.

## 2. Принцип оптимального квантования фазовых распределений в голографии Ли

Для решения сформулированной задачи данного исследования введем понятие ячейки растра (рис. 2), представляющей собой фрагмент бинарной КСГ, размер которого (с учетом некоторых допустимых пределов) соответствует одному дробному периоду несущей полосы, для большей точности вычисляемого с использованием большого количества несущих полос перпендикулярно направлению бинарных полос. Угол наклона бинарных полос на КСГ определяется с помощью  $T_x$  и  $T_y$  — периодов по осям  $x$  и  $y$ :  $\theta = \arctg(T_y / T_x)$ .



**Рис. 2.** Бинарные компьютерно-синтезированные голограммы с разными углами наклона бинарных полос и соответствующие ячейки растра

Как показано на рис. 2, нами был выбран размер ячейки растра  $5 \times 5$  пикселей. Таким образом, максимальный общий период бинарной КСГ составляет 5 пикселей. Соответственно, для оценки квантования получаемых распределений в зависимости от угла наклона полос рассматриваются только случаи, для которых общий период составляет от 3,5 до 5 пикселей.

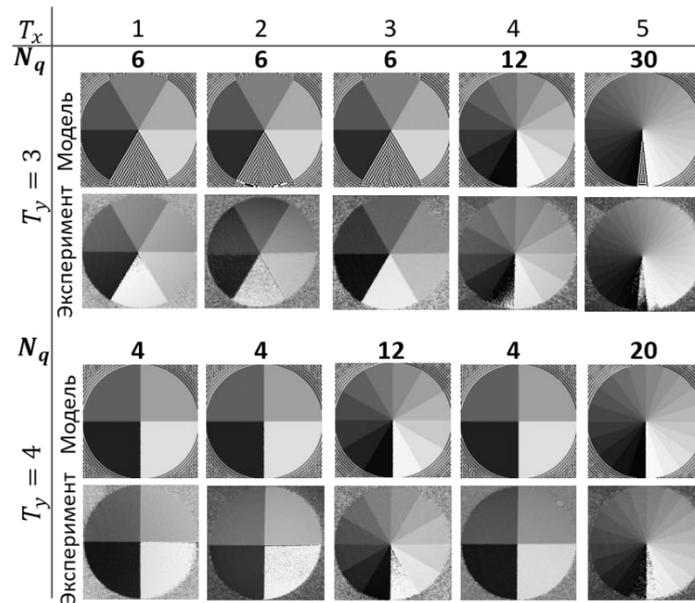
При бинаризации количество кодируемых градаций фазы определяется количеством вариаций задания бинарной полосы на КСГ. В случае плоской фазы формулу для определения данного параметра можно записать следующим образом:

$$N_q = \text{lcm}(T_x, T_y) \cdot 2^{(T_x \cdot T_y) \bmod 2}, \quad (1)$$

где  $\text{lcm}(T_x, T_y)$  – наименьшее общее кратное  $T_x, T_y$ . Количество возможных кодируемых градаций фазы на КСГ является параметром, с помощью которого можно охарактеризовать квантование фазовых распределений, получаемых при фазовой модуляции с помощью ЦМУ.

### 3. Результаты исследования квантования фазовых распределений в зависимости от параметров КСГ, синтезированных по методу голографии Ли

Для исследования связи  $N_q$  и квантования получаемых фазовых распределений было проведено численное моделирование и экспериментальная апробация фазовой модуляции с помощью ЦМУ, голографии Ли и телескопической системы с пространственной фильтрации для целевого распределения в виде оптического вихря с зарядом 1 при вариации периодов бинарной КСГ по осям  $x$  и  $y$  (рис. 3).



**Рис. 3.** Получаемые фазовые распределения оптического вихря для численного моделирования и эксперимента при вариации  $T_x$  и  $T_y$

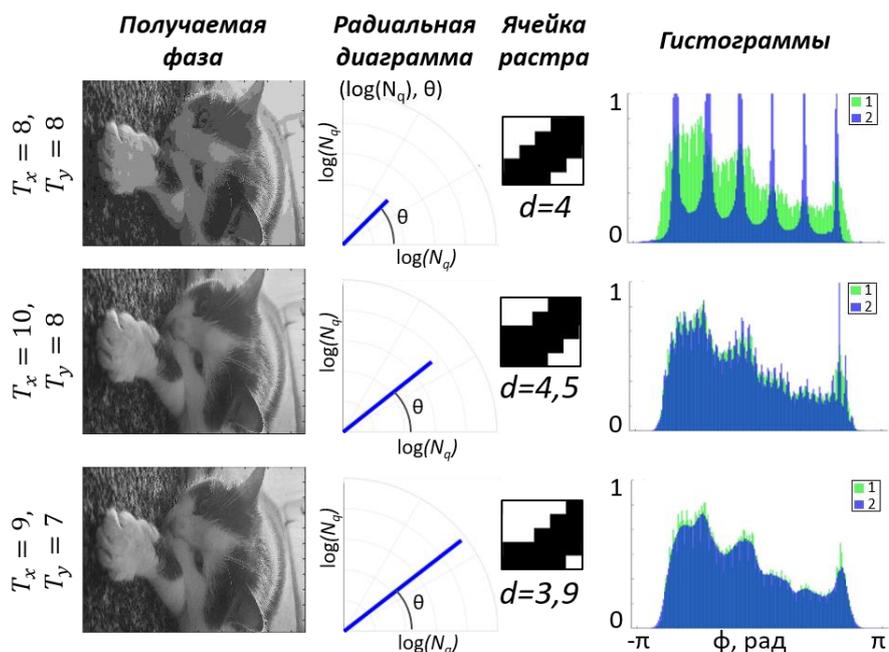
На каждом изображении круг поделен на секторы, характеризующие определенную градацию фазы. Периоды  $T_x$  и  $T_y$  варьировались, как указано на рис. 3,  $T_x = 1-5$  пк,  $T_y = 3-4$  пк, над распределениями указано значение  $N_q$ . Как видно из рисунка, количество секторов в моделировании и эксперименте соответствует значению  $N_q$ . Однако количество уровней квантования получаемых фазовых распределений не строго равняется  $N_q$ , т.к. количество вариаций бинарной полосы в данном случае увеличивается за счет кодирования центральной части, отличной от кодирования плоской фазы, что добавляет дополнительные вариации бинарной полосы, а также за счет наличия дифракционных эффектов. Тем не менее, вклад обозначенных эффектов меньше, чем разница между основными уровнями, соответствующим  $N_q$ . Таким образом, параметр  $N_q$  может быть использован для характеристики качества квантования, однако не является количеством уровней квантования для получаемой фазы.

Оценка качества квантования фазовых распределений, получаемых в результате фазовой модуляции с помощью ЦМУ, проводилась посредством оценки среднеквадратичного отклонения (СКО) гистограммы значений получаемого фазового распределения относительно гистограммы значений целевой фазы:

$$\text{СКО} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=0}^n (x_t - x_r)^2}, \quad (2)$$

где  $n$  – количество пикселей на распределении,  $x_t, x_r$  – значения пикселя целевой и получаемой фаз.

На рис. 4 продемонстрированы результаты численного моделирования фазовой модуляции произвольного распределения и оценка квантования получаемой фазы.



1 столбец – получаемые фазовые распределения; 2 столбец – радиальная диаграмма, где  $\log(N_q)$  – полярный радиус,  $\theta$  – полярный угол; 3 столбец – ориентация несущих полос в ячейке раstra, под ними указано значение периода бинарной КСГ; 4 столбец – гистограммы целевого и получаемых распределений, 1 – гистограмма целевой фазы, 2 – гистограмма получаемой фазы

**Рис. 4.** Результаты численного моделирования фазовой модуляции произвольного распределения

На рис. 4 каждая строка соответствует определенным значениям  $T_x$  и  $T_y$ , указанным слева от получаемых фазовых распределений. Продемонстрированы результаты для трех комбинаций периодов бинарной КСГ по осям  $x$  и  $y$ , соответствующих значениям общего периода КСГ  $d = 4$ ,  $d = 4,5$ ,  $d = 3,9$  пикселей для 1, 2, 3 строк, соответственно. Радиальные диаграммы отражают значение  $N_q$  для каждой КСГ, а также угол наклона бинарных полос  $\theta$ . Для наглядной демонстрации зависимости квантования получаемых фазовых распределений от  $N_q$ , результаты расположены в порядке возрастания  $N_q$ .

Для случая равных периодов (1 строка рисунка 3), т.е. для угла наклона полос  $45^\circ$ ,  $N_q = 8$ , что приводит к появлению пиков на гистограмме, СКО гистограммы для данного случая составило 0,172 рад. Во втором случае использовалась КСГ с большим периодом по одной оси, угол наклона полос составлял  $39^\circ$ . Кроме того, для данной КСГ увеличивается параметр  $N_q = 40$ , что привело к сглаживанию гистограммы, и, соответственно, снижению СКО гистограммы, которое составило 0,072 рад. Третий случай соответствует меньшему значению периода бинарной КСГ, однако большему значению  $N_q = 128$ , что выразилось в большем сглаживании гистограммы и снижении НСКО до 0,056 рад. Таким образом, для того, чтобы увеличить квантование получаемого фазового распределения при фазовой модуляции посредством ЦМУ и компьютерной голографии Ли, необходимо выбрать не большее значение периода бинарной КСГ, а максимальное  $N_q$ , рассчитываемое по формуле (1).

## Заключение

Квантование фазовых распределений при амплитудно-фазовой модуляции при использовании ЦМУ, компьютерной голографии Ли и телескопической системы с пространственной фильтрацией может быть увеличено посредством увеличения наименьшего общего кратного периодов бинарной КСГ по осям  $x$  и  $y$ , удваиваемого в случае обоих нечетных периодов. Увеличение квантования иллюстрируется снижением ошибки гистограммы значений получаемой фазы относительно целевой фазы. Данное исследование может быть применено для увеличения точности модуляции фазы посредством ЦМУ.

## Список источников

- [1] **Curtis, K.** Holographic Data Storage / K. Curtis, L. Dhar, A. Hill, W. Wilson, M. Ayres — JohnWiley & Sons: Hoboken, 2011. — 438 с.
- [2] **Yoneda, N.** Binary Computer-Generated-Hologram-Based Holographic Data Storage / N. Yoneda, Y. Saita, T. Nomura // Applied Optics. — 2019. — Vol. 58. — № 12. — P. 3083–3090.
- [3] **Sun, B.** Four-dimensional light shaping: Manipulating ultrafast spatiotemporal foci in space and time / B. Sun, P. S. Salter, C. Roider, A. Jesacher, J. Strauss, J. Heberle, M. Schmidt, M. J. Booth // Light: Science & Applications. — 2018. — Vol. 7. — P. 17117.
- [4] **Rubinsztein-Dunlop, H.** Roadmap on structured light / H. Rubinsztein-Dunlop, A. Forbes, M. V. Berry, M. R. Dennis, D. L. Andrews, M. Mansuripur, C. Denz, C. Alpmann, P. Banzer, T. Bauer, et al. // Journal of Optics. — 2017. — Vol. 19. — P. 013001.
- [5] **Turtaev, S.** Comparison of nematic liquid-crystal and DMD based spatial light modulation in complex photonics / S. Turtaev, I. T. Leite, K. J. Mitchell, M. J. Padgett, D. B. Phillips, T. Čižmár // Optics Express. — 2017. — Vol. 25. — P. 29874–29884.
- [6] **Ren, Y.** Tailoring light with a digital micromirror device / Y. Ren, L. Rong-de, L. Gong // Annalen der Physik. — 2015. — Vol. 527. — P. 447–470.
- [7] **Cheremkhin, P. A.** Comparative appraisal of global and local thresholding methods for binarisation of off-axis digital holograms / P. A. Cheremkhin, E. A. Kurbatova // Optics and Lasers in Engineering. — 2019. — Vol. 115. — P. 119–130.
- [8] **Zamkotsian, F.** The Island CGH, a new coding scheme: concept and demonstration / F. Zamkotsian, G. Pariani, R. Alata, L. Oggioni, P. Lanzoni, C. Bertarelli, A. Bianco // Optics Express. — 2019. — Vol. 27. — P. 26446–26458.
- [9] **Conkey, D. B.** High-speed scattering medium characterization with application to focusing light through turbid media / D. B. Conkey, A. M. Caravaca-Aguirre, R. Piestun // Optics Express. — 2012. — Vol. 20. — P. 1733.
- [10] **Georgieva, A.** Optimization of DMD-based independent amplitude and phase modulation by analysis of target complex wavefront / A. Georgieva, A. V. Belashov, N. V. Petrov // Scientific Reports — 2022. — Vol. 12. — P. 7754.
- [11] **Liebling, M.** Complex-wave retrieval from a single off-axis hologram / M. Liebling, T. Blu, M. Unser // Journal of the Optical Society of America A. — 2004. — Vol. 21. — P. 367–377.
- [12] **Katkovnik V.** Wavefront reconstruction in digital off-axis holography via sparse coding of amplitude and absolute phase / V. Katkovnik, I. A. Shevkunov, N. V. Petrov, K. Egiazarian // Optics Letters. — 2015. — Vol. 40. — P. 2417–2420.

# **The study on quantization of phase distributions during phase modulation with a digital micromirror device and Lee computer holography**

*A. O. Georgieva, A. V. Chernykh, N. V. Petrov*

ITMO University, Saint-Petersburg, Russia

This paper presents a study on quantization of the phase distributions under amplitude-phase modulation performed with a binary digital micromirror device, Lee computer holography and spatial Fourier filtering, depending on the carrier frequencies of the binary hologram. Results of numerical simulations and experimental studies of structured beams and arbitrary distributions are presented to study quantization of phase distributions depending on the carrier fringes inclination angle on binary computer-generated holograms. By the example of calculation of histogram errors of phase values, the reduction of quantization error of obtained phase distributions in relation to quantization of target distributions with increasing the least common multiple of binary hologram periods is demonstrated.

*Keywords:* Digital micromirror device, Modulation, Image quantization, Binarization, Lee computer holography.