Применение метода моментов для компенсации аберраций волнового фронта

П. А. Хорин[1, 2], С. Г. Волотовский[2], П.А. Вечканова[1], С. Н. Хонина[1, 2]
[1] Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева Самара, Россия
[2] Институт систем обработки изображений РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Самара, Россия

Реализован метод моментов для алгоритмизации компенсации аберраций на основе применения дифракционного оптического элемента, согласованного с базисом функций Цернике. В качестве функционала предложено использование второго центрального момента интенсивности фокального изображения. Проведено исследование второго центрального момента для суперпозиции аберраций. Показано, что достижение эталонного значения второго момента может служить признаком окончания компенсации аберрации.

Ключевые слова: Волновые аберрации, Метод моментов, Компенсация, Дифракционная оптика.

Цитирование: **Хорин, П. А.** Применение метода моментов для компенсации аберраций волнового фронта / П. А. Хорин, С. Г. Волотовский, П. А. Вечканова, С. Н. Хонина // HOLOEXPO 2023: 20-я Международная конференция по голографии и прикладным оптическим технологиям : Тезисы докладов. — СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2023. — С. 86–98.

Введение

Детектирование, идентификация и компенсация аберраций волнового фронта востребованы в различных приложениях, включая коррекцию зрения [1], улучшение изображающих систем мобильных устройств [2], оптических микроскопов и телескопов [3], оптических систем дистанционного зондирования Земли [4], моделировании и анализе передачи оптической информации в турбулентной среде [5].

Датчик волнового фронта является одним из основных элементов адаптивной системы корректировки лазерного излучения. Его задача – измерять аберрации волнового фронта и передавать результаты этих измерений на обрабатывающее устройство.

Например, волновой фронт светового поля может быть восстановлен по интерферограмме [6], методом Гартмана-Шака [7], визуализации фазы на основе преобразования пространственного спектра [8], адаптивными подходами в совокупности с интеллектуальным анализом данных [9].

Однако представленные методы прямым образом не измеряют величину и тип аберрации, а измеряют форму волнового фронта. Детектирование и измерение аберрации впервые предложено в работе [10] на основе использования многоканального дифракционного оптического элемента (ДОЭ) [11], согласованного с базисом функций Цернике [12]. Ещё один метод, который позволяет прямым образом рассчитать величину аберрации основан на голографическом оптическом элементе (ГОЭ) [13], а также на основе ДОЭ, согласованном с фазовыми распределениями в виде функций Цернике [14].

Каждый из методов имеет ряд достоинств и недостатков: ДОЭ, согласованный с базисом функций Цернике, позволяет точно и безошибочно детектировать только слабые аберрации до 0,32λ [11]; использование голографического мультиплекса приводит к сильному и неизбежному перекрестному шуму, что затрудняет обработку полученной информации [15]; а ДОЭ согласованный с фазовыми распределениями в виде функций Цернике позволяет детектировать аберрации в широком диапазоне, но требует использования итерационного алгоритма с цифровой обработкой информации [16].

Рассмотренный в данной работе метод моментов актуален для использования с многоканальными ДОЭ, согласованными как с базисом функций Цернике, так и с фазовыми распределениями. Предложенный метод компенсации аберраций волнового фронта позволяет упростить потенциальную аппаратную реализацию нового типа датчика волнового фронта за счёт замены сложной цифровой обработки изображения фокального распределение интенсивности в каждом из дифракционных порядков на расчёт центральных моментов.

1. Теоретические основы

В данной работе рассматриваются функции Цернике в следующем виде [12[12]]:

$$Z_{nm}(r,\varphi) = A_{nm} R_{nm}(r) S_m(\varphi), \tag{1}$$

где $R_n^m(r)$ – радиальные полиномы Цернике, A_{nm} – нормирующий коэффициент, $S_m(\varphi)$ – азимутальная составляющая:

$$R_n^m(r) = \sum_{k=0}^{\frac{n-m}{2}} \frac{(-1)^k (n-k)!}{k!\left(\frac{n+m}{2}-k\right)!\left(\frac{n-m}{2}-k\right)!} r^{n-2k}, \tag{2}$$

$$A_{nm} = \begin{cases} \sqrt{2n+2}, m \neq 0 \\ \sqrt{n+1}, m = 0 \end{cases}, \tag{3}$$

$$S_m(\varphi) = \begin{cases} 1, m = 0 \\ \cos(m\varphi), m > 0 \\ \sin(m\varphi), m < 0 \end{cases}. \tag{4}$$

Пусть входное $F_0(r,\varphi)$ поле задано следующим соотношением:

$$F_0(r,\varphi) = A(r,\varphi)\exp\left[2\pi i S_0(r,\varphi)\right], \tag{5}$$

где исходная суперпозиция аберраций имеет следующий вид:

$$S_0(r,\varphi) = \sum_{n=0}^{N} \sum_{m=-n}^{n} C_{nm} Z_{nm}(r,\varphi), \tag{6}$$

а компенсирующая суперпозиция представима, как:

$$S_1(r,\varphi) = \sum_{p=0}^{P} \sum_{q=-p}^{p} D_{pq} Z_{pq}(r,\varphi). \tag{7}$$

После прохождения модулятора (ДОЭ) входное поле преобразуется следующим образом:

$$F_1(r,\varphi) = F_0(r,\varphi)\exp\left[-2\pi i S_1(r,\varphi)\right], \tag{8}$$

$$F_1(r,\varphi) = A(r,\varphi)\exp\left[2\pi i\left(S_0(r,\varphi) - S_1(r,\varphi)\right)\right]. \tag{9}$$

Интенсивность фокального поля для исходного поля $F_0(r,\varphi)$ представимо через преобразование Фурье (обозначено символом $\Im$):

$$G(x,y) = \left|\Im\left[F_1(x,y)\right]\right|^2. \tag{10}$$

Тогда сумма горизонтального и вертикального вторых центральных моментов для изображения $G(x,y)$ (далее «момент») имеет следующий вид:

$$F\left[G(x,y)\right] = \sum_{i=0}^{I}\sum_{j=0}^{J} G(x_i,y_j)\left((x_i-x_0)^2+(y_j-y_0)^2\right), \tag{11}$$

где (x_0,y_0) – математическое ожидание для $G(x,y)$.

Стоит отметить, что в случае $S_0(r,\varphi)$ = $S_1(r,\varphi)$ аберрации исходного поля будут компенсированы и момент (11) будет минимальным $F_{\min}\left[G(x,y)\right]$.

2. Численное моделирование

2.1 Безаберрационное поле

Рассмотрим входное поле $F_0(r,\varphi)$ у которого исходная суперпозиция аберраций $S_0(r,\varphi)$ имеет все коэффициенты C_{nm} равные 0. Таким образом получим невозмущенное поле с отсутствием аберраций.

В статье о модах [17[17]] показано, что график функционала при изменении одного параметра показывает интервал сходимости, следовательно, характеризует устойчивость одномерной оптимизации. В данном случае функционалом служит второй центральный момент (11), а параметром служит коэффициент одной из аберраций.

В ряде численных экспериментов получено распределение интенсивности (10) и значение момента (11) для безаберрационного поля после добавления (прохождения модулятора (ДОЭ) с волновой аберрацией) одиночной аберрации разного типа (*p,q*) с варьируемым коэффициентом D_{pq}. Результаты представлены на рис.1 и в таблице 1.

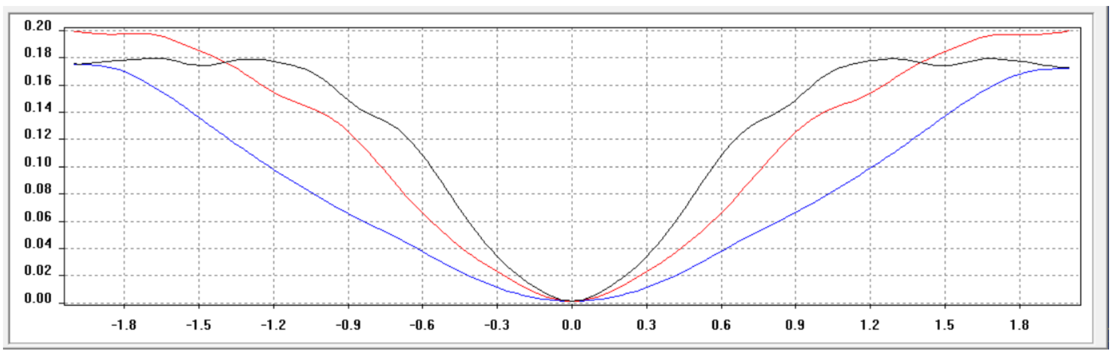
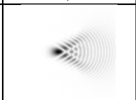
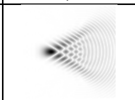
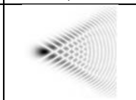
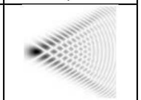
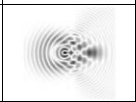
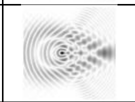
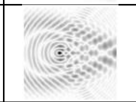
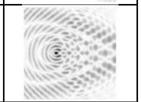
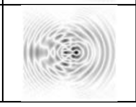
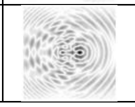
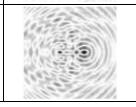
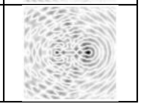


Рис.1. График зависимости момента $F\left[G(x,y)\right]$ (11) от величины D_{pq} и типа (*p,q*) добавленной аберрации к невозмущённому входному полю $F_0(r,\varphi)$. Обозначения типов аберраций (*p,q*): (3,1) – синим, (5,1) – красным, (7,1) – чёрным

Графики на рис.1 показывают, что с ростом модуля коэффициента аберрации D_{pq} значение момента $F\left[G(x,y)\right]$ увеличивается на примере Z_{31}, Z_{51}, Z_{71}. Стоит отметить, что для аберраций с большим *p* момент увеличивается сильнее.

Кроме того, наблюдается нарушение унимодальности (т.е. присутствует несколько локальных экстремумов) для аберраций типа Z_{51} и Z_{71}. Однако, это вызвано с выходом фокального изображения за пределы регистрируемой области, что продемонстрировано изображения интенсивности $F_1(r,\varphi)$ в таблице 1.

Таблица 1. Распределение интенсивности $F_1(r,\varphi)$ после добавления аберрации величины D_{pq} и типа (*p,q*) к невозмущённому входному полю $F_0(r,\varphi)$.

$F_1(r,\varphi)$		D_{pq}			
		0,6	**0,9**	**1,2**	**1,5**
Z_{pq}	Z_{31}				
	Z_{51}				
	Z_{71}				

В таблице 1 представлена интенсивность $F_1(r,\varphi)$ в фокальной плоскости при разных параметрах величины D_{pq} и типа (*p, q*) добавленной аберрации. Видно, что изображения аберраций более высокого порядка *p* выходят за пределы области детектирования при больших значениях параметра D_{pq} и теряют значительную часть энергии.

Аналогичным образом в ряде численных экспериментов получено значение момента для невозмущенного поля с добавлением аберраций Z_{pq} по типу сферической (Z_{40}) и астигматизма первого (Z_{4-2}), второго (Z_{4-4}) порядка. Распределение значений момента (11) представлены на рис. 2.

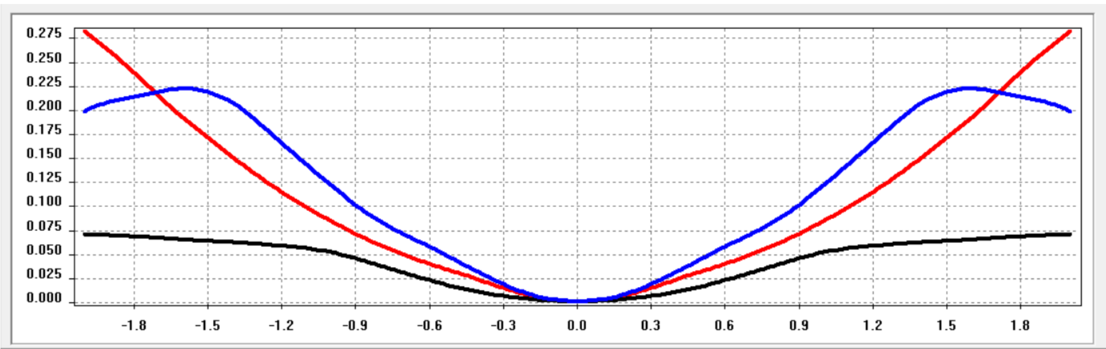


Рис.2. График зависимости момента $F\left[G(x,y)\right]$ (11) от величины D_{pq} и типа (*p,q*) добавленной аберрации к невозмущённому входному полю $F_0(r,\varphi)$. Обозначения типов аберраций (*p,q*): (4,0) – синим, (4,-2) – красным, (4,-4) – чёрным

Получено, что для аберраций с меньшим меридиальным индексом *q* добавленной аберрации Z_{pq} момент $F\left[G(x,y)\right]$ увеличивается сильнее. Кроме того, наблюдается появление нескольких локальных экстремумов. Причина нарушения унимодальности графиков связана с выходом фокального изображения за пределы регистрируемой области (аналогичная ситуация представлена в таблице 1).

Таким образом, на основе полученных данных можно сделать следующие выводы, которые распространяются на все виды аберраций. Для них выполняются следующие свойства:

1) с ростом модуля весового коэффициента D_{pq} добавленной аберрации момент $F\left[G(x,y)\right]$ увеличивается;

2) нарушение унимодальности графика происходит по причине излишнего увеличения фокального изображения $F_1(r,\varphi)$ и выхода его за пределы регистрируемой области при больших значениях весового коэффициента D_{pq};

3) минимальное значение момента $F_{\min}\left[G(x,y)\right]$ для невозмущенного исходного поля соответствует нулевому значению весового коэффициента D_{pq}.

Другими словами, добавление аберрации к невозмущенному полю увеличивает значение функционала (момента) фокального изображения. И тем сильнее, чем больше модуль коэффициента этой аберрации. Стоит отметить, что данное утверждение совпадает с известным фактом, что повышение модуля коэффициента аберрации вызывает увеличение площади ненулевой интенсивности в фокальной плоскости, а стало быть и увеличение значения функционала.

2.2 Аберрированное поле с одной аберрацией

Рассмотрим входное поле $F_0(r,\varphi)$ у которого исходная суперпозиция аберраций $S_0(r,\varphi)$ имеет один коэффициент C_{nm} отличный от 0. Таким образом получим возмущенное поле с одной аберрацией.

Проведём численный эксперимент для **нечётной** аберрации типа кома 2-го порядка Z_{51} с весовым коэффициентом $C_{nm}=0.5$, тогда $S_0(r,\varphi)=0.5Z_{51}$ и $F_0(r,\varphi)=A(r,\varphi)\exp\left[2\pi i 0.5Z_{51}\right]$. Учитывая (9) $F_1(r,\varphi)=A(r,\varphi)\exp\left[2\pi i\left(0.5Z_{51}-S_1(r,\varphi)\right)\right]$ и для минимизации момента ($F_{null}\left[G(x,y)\right]=0.05$) и компенсации аберрации необходимо, чтобы $S_1(r,\varphi)=0.5Z_{51}$.

Получено значение момента (11) для исходного поля $F_0(r,\varphi)$ с одной аберрацией Z_{51} с весовым коэффициентом $C_{nm}=0.5$ после добавления (с использованием модулятора или ДОЭ) одиночной аберрации разного типа (*p,q*) с варьируемым коэффициентом D_{pq}. Результаты представлены на рис.3.

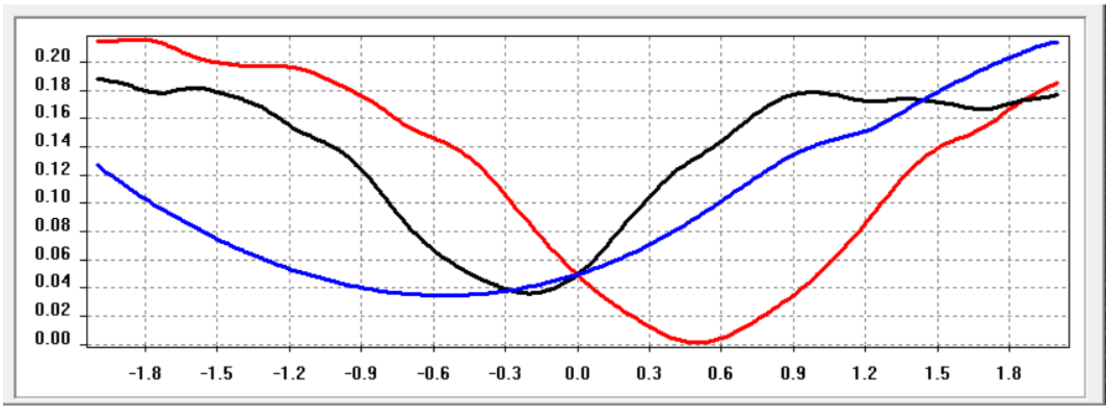


Рис.3. График зависимости момента $F\left[G(x,y)\right]$ (11) от величины D_{pq} и типа (*p,q*) добавленной аберрации к возмущённому входному полю $F_0(r,\varphi)$. Обозначения типов аберраций (*p,q*): (3,1) – синим, (5,1) – красным, (7,1) – чёрным

На рис. 3 видно, что момент для исходного поля $F_0(r,\varphi)$ с одной аберрацией Z_{51} с весовым коэффициентом $C_{nm}=0.5$ достигает минимального значения $F_{\min}\left[G(x,y)\right]=0.002$ после добавления одной аберрации типа (*p,q*)=(5,1) с весовым коэффициентом $D_{pq}=0.5$.

В ряде численных экспериментов определено, что минимальное значение момента при добавлении других аберраций превышает полученное значение $F_{\min}\left[G(x,y)\right]=0.002$. Таблица 2 содержит аберрации, уменьшающие момент, их коэффициент и наименьшее значение момента для случая $S_0(r,\varphi)=0.5Z_{51}$. Стоит отметить, что остальные аберрации не уменьшают момента.

Таблица 2. Зависимость момента $F[G(x,y)]$ (11) от величины D_{pq} и типа (*p,q*) добавленной аберрации к возмущённому входному полю $F_0(r,\varphi)$в случае $S_0(r,\varphi)=0,5Z_{51}$

Аберрация Z_{pq} (*p, q*)	Значение Коэффициента D_{pq}	Минимальный Момент $F[G(x,y)]$
(5,1)	0,5000	0,0020
(7,1)	-0,2278	0,0508
(3,1)	-0,3079	0,0583
(5,3)	-0,1654	0,0583
(7,3)	-0,1031	0,0587
(3,3)	-0,2515	0,0618
(5,5)	-0,0882	0,0634
(7,7)	0,0809	0,0636
(7,5)	-0,0496	0,0637
(5,-3)	0,0150	0,0639
(7,-3)	0,0100	0,0639

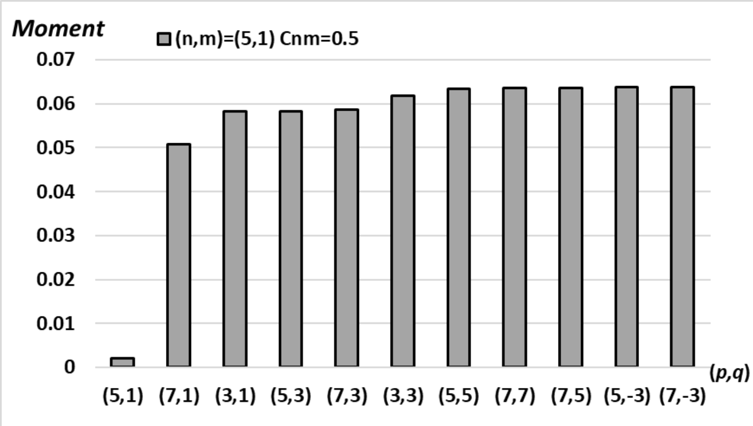


Рис.4. Зависимость минимального момента $F\left[G(x,y)\right]$ (11) от величины D_{pq} и типа (*p,q*) добавленной аберрации к возмущённому входному полю $F_0(r,\varphi)$ в случае $S_0(r,\varphi)=0.5Z_{51}$ (иллюстрация таблицы 2).

Диаграмма на рис.4 показывает, что существуют аберрации, которые уменьшают момент $F\left[G(x,y)\right]$ (11) данной исходной суперпозиции, однако аберрация (*p,q*)=(5,1) с коэффициентом $D_{pq}=0.5$ сильнее других уменьшает момент, т.е. аберрация из исходной суперпозиции сильнее всех уменьшает момент.

Стоит отметить, что существуют аберрации, уменьшающие момент данной исходной суперпозиции, не входящие в исходную суперпозицию (Z_{31}, Z_{71}, Z_{33}, Z_{53}, Z_{73}), но они уменьшают момент существенно слабее чем Z_{51}, а именно более чем в 25 раз.

В ряде численных экспериментов определено, что чем больше разность индексов (*p,q*) с индексами (*n,m*), тем больше минимальный момент.

Рассмотрим случай для **чётной** аберрации типа астигматизм 2-го порядка Z_{42} с весовым коэффициентом $C_{nm}=1.0$, тогда $S_0(r,\varphi)=1.0Z_{42}$ и $F_0(r,\varphi)=A(r,\varphi)\exp\left[2\pi i Z_{42}\right]$. Учитывая (9) $F_1(r,\varphi)=A(r,\varphi)\exp\left[2\pi i\left(Z_{42}-S_1(r,\varphi)\right)\right]$ и для минимизации момента ($F_{null}\left[G(x,y)\right]=0.1$) и компенсации аберрации необходимо, чтобы $S_1(r,\varphi)=Z_{42}$.

Получено значение момента (11) для исходного поля $F_0(r,\varphi)$ с одной аберрацией Z_{42} с весовым коэффициентом $C_{nm}=1.0$ после добавления (с помощью модулятора или ДОЭ) одиночной аберрации разного типа (*p,q*) с варьируемым коэффициентом D_{pq}. Результаты представлены в таблице 3, в которой содержится информация об аберрациях, уменьшающих момент, их коэффициент и наименьшее значение момента (остальные аберрации не уменьшают момента).

Таблица 3. Зависимость момента $F[G(x,y)]$ (11) от величины D_{pq} и типа (p,q) добавленной аберрации к возмущённому входному полю $F_0(r, \varphi)$ в случае $S_0(r, \varphi)=Z_{42}$

Аберрация Z_{pq} (p,q)	**Значение коэффициента D_{pq}**	**Минимальный момент $F[G(x,y)]$**
(4,2)	1,0000	0,0020
(6,2)	-0,4312	0,0725
(2,2)	-1,0937	0,0930
(6,6)	-0,4375	0,1019

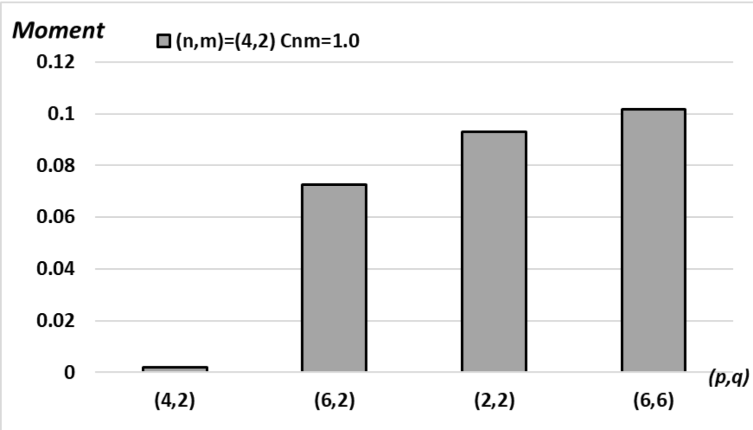


Рис. 5. Зависимость минимального момента $F[G(x,y)]$ (11) от величины D_{pq} и типа (p,q) добавленной аберрации к возмущённому входному полю $F_0(r, \varphi)$ в случае $S_0(r, \varphi)=Z_{42}$ (иллюстрация таблицы 3).

Диаграмма на рис. 5 показывает, что минимальное значение момента $F[G(x,y)]$ (11) для данной исходной суперпозиции достигается при добавлении волновой аберрация Z_{42} с коэффициентом D_{pq}=1,0, т.е. аберрация из исходной суперпозиции сильнее всех уменьшает момент.

Стоит отметить, что существуют аберрации, уменьшающие момент данной исходной суперпозиции, не входящие в исходную суперпозицию (Z_{62}, Z_{22}, Z_{66}), но они уменьшают момент существенно слабее чем Z_{42}, а именно более чем в 36 раз.

Аналогичным образом определено, что чем больше разность индексов (p,q) с индексами (n,m), тем больше минимальный момент.

Таким образом для исходной исходного поля $F_0(r,\varphi)$ с одной **чётной** или **нечётной** аберрацией Z_{nm} верно утверждение, что существует целый набор аберраций $S_1(r,\varphi) = D_{pq} Z_{pq}$ с разными (p,q), каждая из которых уменьшает момент $F\left[G(x,y)\right]$, но аберрация из исходной суперпозиции $S_1(r,\varphi) = C_{nm} Z_{nm}$ позволяет достигнуть минимальное значение момента $F_{\min}\left[G(x,y)\right] = 0.002$.

2.3 Аберрированное поле с несколькими аберрациями

Рассмотрим входное поле $F_0(r,\varphi)$ у которого исходная суперпозиция аберраций $S_0(r,\varphi)$ имеет несколько коэффициентов C_{nm} отличных от 0. Таким образом получим возмущенное поле суперпозицией аберраций.

Рассмотрим случай для суперпозиции двух аберрации: кома 1-го порядка Z_{31} с весовым коэффициентом $C_{31}=-1.0$ и астигматизм 2-го порядка Z_{42} с весовым коэффициентом $C_{42}=-0.5$. Тогда исходная суперпозиция представима, как $S_0(r,\varphi)=-Z_{31}-0.5Z_{42}$, следовательно, $F_0(r,\varphi)=A(r,\varphi)\exp\left[2\pi i(-Z_{31}-0.5Z_{42})\right]$. Учитывая (9) $F_1(r,\varphi)=A(r,\varphi)\exp\left[2\pi i\left(-Z_{31}-0.5Z_{42}-S_1(r,\varphi)\right)\right]$ и для минимизации момента ($F_{null}\left[G(x,y)\right]=0.1$) и компенсации аберрации необходимо, чтобы $S_1(r,\varphi)=-Z_{31}-0.5Z_{42}$.

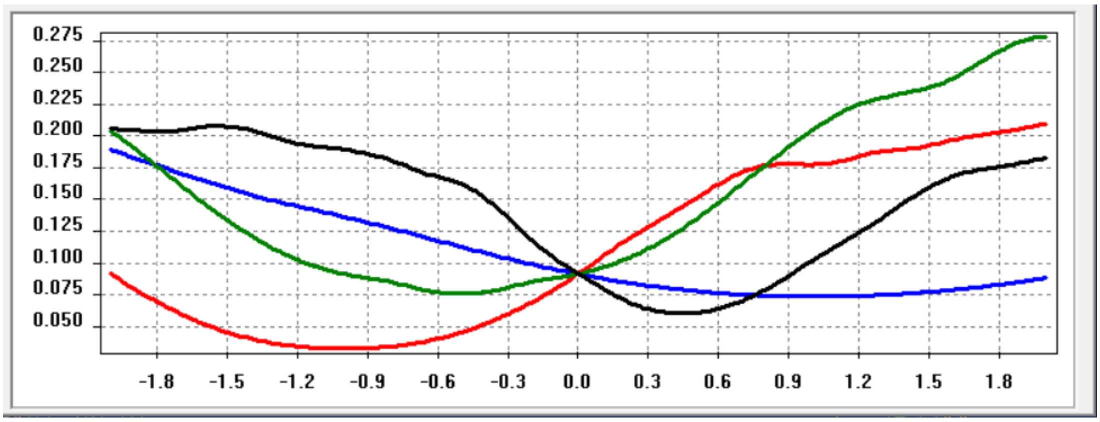


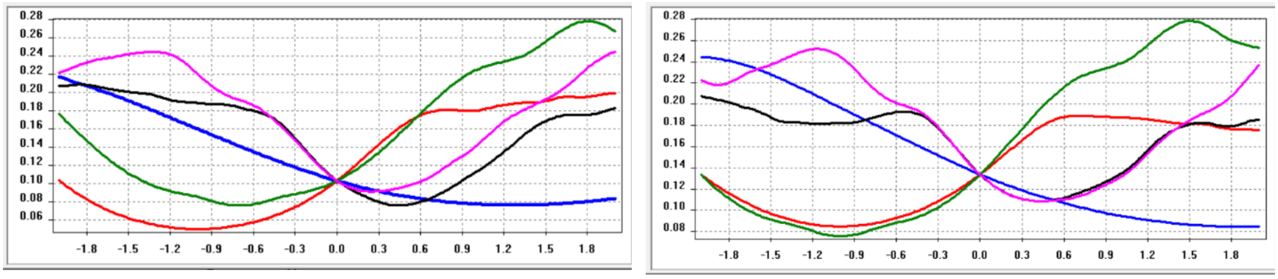
Рис. 6. График зависимости момента $F\left[G(x,y)\right]$ (11) от величины D_{pq} и типа (*p*,*q*) добавленной аберрации к возмущённому входному полю $F_0(r,\varphi)$. Обозначения типов аберраций (*p*,*q*): (2,2) – синим, (3,1) – красным, (4,2) – зелёным, (5,1) – чёрным

На рис. 6 видно, что момент для исходного поля $F_0(r,\varphi)$ с суперпозицией $S_0(r,\varphi)=-Z_{31}-0{,}5Z_{42}$ достигает минимального значения $F_{\min 1}[G(x,y)]=0{,}03$ после добавления одной аберрации типа (*p,q*)=(3,1) с весовым коэффициентом $-D_{pq}=-1{,}0$. Следующий по величине минимальный момент $F_{\min 2}[G(x,y)]$ удаётся достигнуть при добавлении только аберрации $S_1(r,\varphi)=-0{,}5Z_{51}$, что объясняется наименьшей разностью индексов (*p, q*) = (5, 1) с индексами (*n,m*)=(3,1).

Также одной из аберраций, которая уменьшает исходный момент $F_{null}\left[G(x,y)\right]=0.1$ является аберрация из исходной суперпозиции $S_0(r,\varphi)$ типа (*p,q*)=(4,2) с весовым коэффициентом $D_{pq}=-0.5$ и приблизительно равное значение момента достижимо при добавления одной аберрации типа (*p,q*)=(2,2) с весовым коэффициентом $D_{pq}=-1.0$ (объясняется наименьшей разностью индексов (*p,q*)=(2,2) с индексами (*n,m*)=(4,2)).

Для верификации полученных результатов будем варьировать значение весовых коэффициентов C_{31} и C_{42} в исходной суперпозиции $S_0(r,\varphi)=-C_{31}Z_{31}-C_{42}Z_{42}$ поля $F_0(r,\varphi)$ и рассчитаем момент $F\left[G(x,y)\right]$ при разной величине D_{pq} и типе (p,q) добавленной аберрации $S_1(r,\varphi)$.

$C_{31} = 1,0$; $C_{42} = 0,7$ $\qquad$ $C_{31} = 1,0$; $C_{42} = 1,7$



а) $\qquad$ *б)*

Рис.7. Графики зависимости момента $F\left[G(x,y)\right]$ (11) от величины D_{pq} и типа (p,q) добавленной аберрации к возмущённому входному полю $F_0(r,\varphi)$ с суперпозицией аберраций $S_0(r,\varphi) = -C_{31}Z_{31} - C_{42}Z_{42}$: (а) – $C_{31} = 1.0$ и $C_{42} = 0.7$; (б) – $C_{31} = 1.0$ и $C_{42} = 1.0$; Обозначения типов аберраций (p,q): (2,2) – синим, (3,1) – красным, (4,2) – зелёным, (5,1) – чёрным, (6,2) – розовым

В ряде численных экспериментов определено (рис. 7а), что момент $F_{null}\left[G(x,y)\right] = 0.1$ для исходного поля $F_0(r,\varphi)$ с суперпозицией $S_0(r,\varphi) = -Z_{31} - 0.7Z_{42}$ достигает минимального значения $F_{\min}\left[G(x,y)\right] = 0.05$ после добавления одной аберрации типа (p,q)=(3,1) с весовым коэффициентом $D_{pq} = -1.0$. Добавление аберраций Z_{22}, Z_{42}, Z_{51} также позволяют снизить значение момента и достигнуть приблизительно одинаковые минимальные значение, но больше $F_{\min}\left[G(x,y)\right] = 0.05$ более чем в 1.4 раз. Добавление аберраций Z_{62} также позволяют снизить значение момента, но больше $F_{\min}\left[G(x,y)\right] = 0.05$ более чем в 1,8 раз.

Из распределения значений моментов для исходного поля $F_0(r,\varphi)$ с суперпозицией $S_0(r,\varphi) = -Z_{31} - Z_{42}$ видно (рис. 7б), что наименьшее значение $F_{\min}\left[G(x,y)\right] = 0.07$ достигается за счёт добавления аберрации Z_{42}, которая входит в исходную суперпозицию $S_0(r,\varphi)$. Следующие аберрации с точки зрения эффективности уменьшения исходного момента $F_{null}\left[G(x,y)\right] = 0.13$ являются Z_{22} и Z_{31}. Они позволяют достигнуть приблизительно одинаковые значения моментов, которые больше минимума $F_{\min}\left[G(x,y)\right] = 0.07$ в 1,2 раза.

Дополнение аберраций типа Z_{51} или Z_{62} также позволяют снизить значение момента и достигнуть приблизительно одинаковые минимальные значение, но больше $F_{\min}\left[G(x,y)\right] = 0.07$ более чем в 1,5 раза.

Таким образом, для поля, заданного суперпозицией из нескольких аберрации верно утверждение, что существует целый набор аберраций, уменьшающих момент, но аберрация, уменьшающая момент наибольшим образом, входит в исходную суперпозицию. Стоит отметить, что в случае одиночной и суперпозицией аберраций большое количество компенсирующих аберраций не уменьшают момент, а только увеличивают его. С ростом числа аберраций в исходной суперпозиции число таких аберраций уменьшается.

Заключение

Реализован метод моментов для алгоритмизации компенсации аберраций на основе многоканального дифракционного оптического элемента, согласованного с базисом функций Цернике. В качестве функционала предложено использование второго центрального момента интенсивности фокального изображения. Проведено исследование второго центрального момента для случая одиночной аберрации или суперпозиции аберраций. Получено, что для поля, заданного суперпозицией из нескольких аберрации верно утверждение: «Существует целый набор аберраций, уменьшающих момент, но аберрация, уменьшающая момент наибольшим образом, входит в исходную суперпозицию».

Разработан итерационный алгоритм для определения типа (p, q) и веса D_{pq} компенсирующей суперпозиции аберраций $S_1(r, \varphi)$ на основе минимизации функционала $F_{\min N}\left[G(x,y)\right]$ на каждом шаге *N*. Критерием выхода из итерационного алгоритма является минимизация момента до эталонного $F_{\min}\left[G(x,y)\right]$, соответствующего безаберрационному полю или ситуация, когда ни одна аберрация из набора $\Omega(Z_{pq}, p \le 7)$ не уменьшает момент.

Получено, что последовательное дополнение к компенсирующей суперпозиции аберраций, наибольшим образом минимизирующих момент, позволяет решить задачу построения компенсирующей суперпозиции аберраций из заранее заданного набора аберраций.

Полученные результаты могут быть полезны при контроле качества формы оптических элементов, оценке погрешности при юстировке оптических систем, а также при проведении обследования на наличие и прогрессирование глазных заболеваний на ранних стадиях. Учитывая широкий диапазон корректно детектируемой величины аберраций при помощи предложенного метода, основанного на согласовании фильтра с фазовыми функциями Цернике, областью применения может так же выступать измерение и коррекция аберраций волнового фронта в системах оптической коммуникации и в промышленной лазерной технике.

Благодарность

Работа выполнена и опубликована за счет средств программы стратегического академического лидерства «Приоритет 2030».

Список источников

[1] Lombardo M., Lombardo G., Serrao S. Interocular high-order corneal wavefront aberration symmetry // JOSA A. – 2006. – Т. 23. – №. 4. – С. 777-787.

[2] Völkel R., Eisner M., Weible K. J. Miniaturized imaging systems // Microelectronic Engineering. – 2003. – Т. 67. – С. 461-472.

[3] Camacho L. et al. Quantitative phase microscopy using defocusing by means of a spatial light modulator // Optics express. – 2010. – Т. 18. – №. 7. – С. 6755-6766.

[4] Ellerbroek B. L., Vogel C. R. Inverse problems in astronomical adaptive optics // Inverse Problems. – 2009. – T. 25. – №. 6. – C. 063001.

[5] Thomas S. A simple turbulence simulator for adaptive optics // Advancements in Adaptive Optics. – SPIE, 2004. – T. 5490. – C. 766-773.

[6] Takeda M. Fourier fringe analysis and its application to metrology of extreme physical phenomena: a review // Applied Optics. – 2013. – T. 52. – №. 1. – C. 20-29.

[7] Platt B. C., Shack R. History and principles of Shack-Hartmann wavefront sensing // Journal of refractive surgery. – 2001. – T. 17. – №. 5. – C. S573-S577.

[8] Liang R., Erwin J. K., Mansuripur M. Variation on Zernike's phase-contrast microscope // Applied optics. – 2000. – T. 39. – №. 13. – C. 2152-2158.

[9] Rivenson Y. et al. Phase recovery and holographic image reconstruction using deep learning in neural networks // Light: Science & Applications. – 2018. – T. 7. – №. 2. – C. 17141-17141.

[10] Ha Y. et al. Diffractive optical element for Zernike decomposition // Current Developments in Optical Elements and Manufacturing. – SPIE, 1998. – T. 3557. – C. 191-197.

[11] Porfirev A. P., Khonina S. N. Experimental investigation of multi-order diffractive optical elements matched with two types of Zernike functions // Optical Technologies for Telecommunications 2015. – SPIE, 2016. – T. 9807. – C. 106-114.

[12] Born M., Wolf E. Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light. – Elsevier, 2013.

[13] Neil M. A. A., Booth M. J., Wilson T. New modal wave-front sensor: a theoretical analysis // JOSA A. – 2000. – T. 17. – №. 6. – C. 1098-1107.

[14] Khorin P. A., Volotovskiy S. G., Khonina S. N. Optical detection of values of separate aberrations using a multi-channel filter matched with phase Zernike functions // Computer Optics. – 2021. – T. 45. – №. 4. – C. 525-533.

[15] Венедиктов В. Ю. и др. Голографические датчики волнового фронта // Квантовая электроника. – 2020. – Т. 50. – №. 7. – С. 614-622.

[16] Khorin P. A. Iterative algorithm for wavefront correction based on optical decomposition in wave aberrations //2021 International Conference on Information Technology and Nanotechnology (ITNT). – IEEE, 2021. – C. 1-6.

[17] Volotovskiy S. G., Karpeev S. V., Khonina S. N. Algorithm for reconstructing complex coefficients of Laguerre–Gaussian modes from the intensity distribution of their coherent superposition // Computer Optics. – 2020. – T. 44. – №. 3. – C. 352-362. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-727.

The moment method application to wavefront aberrations compensation

P. A. Khorin[1, 2], S. G. Volotovsky[2], P. A. Vechkanova[1], S. N. Khonina[1, 2]

[1] Samara National Research University, Samara 443086, Russia

[2] Image Processing Systems Institute of RAS—Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS, Samara 443001, Russia.

The method of moments has been developed for the algorithmization of aberration compensation based on a diffractive optical element matched to the basis of Zernike functions. The use of the second central moment of the focal image intensity is proposed as a functional. The study of the second central moment for the superposition of aberrations has been carried out. It is found that the achievement of the reference value of the second moment can serve as a sign of the end of the aberration compensation.

Keywords: Wave aberrations, Method of moments, Compensation, Diffractive optics.