

# Эффект Холла в остром фокусе гибридных векторных пучков

В. Д. Зайцев<sup>1</sup>, С. С. Стафеев<sup>1,2</sup>, В. В. Котляр<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Самарский национальный исследовательский университет им. академика С. П. Королева, Самара, Россия

<sup>2</sup> Институт систем обработки изображений – филиал Федерального научно-исследовательского центра «Кристаллография и фотоника» РАН, Самара, Россия

Используя уравнения Ричардса-Вольфа, теоретически рассмотрена фокусировка света с круговой поляризацией плоскими дифракционными линзами. Показано, что в фокусе циркулярно поляризованного оптического пучка образуются круговые области разного радиуса с центром на оптической оси с чередующимися направлениями вращения вектора поляризации (по часовой стрелке и против часовой стрелки). Такое зависящее от радиуса разделение противоположно направленных «спинов» является проявлением радиального спинового эффекта Холла в фокусе. Потенциальные области применения следующие: фокус с плоской вершиной может найти применение в микроскопии для получения однородного поля зрения, тогда как эффект Холла с радиальным вращением можно использовать для установки поглощающих микрочастиц в противоположное положение.

*Ключевые слова:* Эффект Холла, Круговая поляризация, Уравнения Ричардса–Вольфа, Острая фокусировка света.

*Цитирование:* Зайцев, В. Д. Эффект Холла в остром фокусе гибридных векторных пучков / В. Д. Зайцев, С. С. Стафеев, В. В. Котляр // HOLOEXPO 2023: 20-я Международная конференция по голографии и прикладным оптическим технологиям : Тезисы докладов. — СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2023. — С. 122–124.

## Введение

Острая фокусировка обращает на себя внимание исследователей ввиду различных эффектов, которые не проявляются (либо проявляются незначительно) при фокусировке света линзами с малыми числовыми апертурами. Например, в фокусе можно наблюдать сложные картины поперечных потоков энергии [1], конверсию поляризации [2], а при рассмотрении интенсивности в фокусе можно наблюдать фокусные пятна различной формы [3].

В данной работе, применяя подход Ричардса-Вольфа, теоретически рассмотрена фокусировка света с круговой поляризацией плоскими дифракционными линзами. При острой фокусировке света были обнаружены круги разного радиуса с центром на оптической оси, где векторы поляризации вращаются в противоположных направлениях – так называемый эффект Холла.

## 1. Моделирование

Поле вблизи острого фокуса может быть описано с помощью интеграла Ричардса-Вольфа:

$$U(\rho, \psi, z) = -\frac{if}{\lambda} \iint_{00}^{\theta_0 2\pi} B(\theta, \varphi) T(\theta) \mathbf{P}(\theta, \varphi) \times \exp\{ik[\rho \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta]\} \sin \theta d\theta d\varphi \quad (1)$$

где  $\mathbf{P}(\theta, \varphi)$  – вектор поляризации, для напряжённости электрического и магнитного полей имеющий вид:

$$\mathbf{P}(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} 1 + \cos^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \cos \varphi \end{bmatrix} a(\theta, \varphi) + \begin{bmatrix} \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ 1 + \sin^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \cos \varphi \end{bmatrix} b(\theta, \varphi). \quad (2)$$

Так как интенсивность и осевой поток энергии для света с левой и правой круговой поляризацией одинаковы, то будем рассматривать только одну правую поляризацию, вектор Джонса для которой имеет вид:

$$\mathbf{E}_R = \begin{pmatrix} a(\theta, \varphi) \\ b(\theta, \varphi) \end{pmatrix} = \frac{A(\theta)}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где  $A(\theta)$  – начальная амплитуда поля, зависящая только от полярного угла.

Проекции вектора напряженности электрического поля вблизи фокуса для начального поля (3) имеют вид:

$$\begin{aligned} E_{x,R} &= \frac{-i}{\sqrt{2}} (I_{0,0} + e^{2i\varphi} I_{2,2}), \\ E_{y,R} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (I_{0,0} - e^{2i\varphi} I_{2,2}), \\ E_{z,R} &= -\sqrt{2} e^{i\varphi} I_{1,1}, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$I_{\nu,\mu} = \left(\frac{\pi f}{\lambda}\right) \int_0^{\theta_0} \sin^{\nu+1} \left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^{3-\nu} \left(\frac{\theta}{2}\right) T(\theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_\mu(x) d\theta \quad (5)$$

где,  $x = kr \sin \theta$ ,  $J_\mu(x)$  – функция Бесселя первого рода.

Из уравнений (4) видно, что отдельные поперечные составляющие интенсивности ненулевые на оси и несимметричны относительно азимутального угла  $\varphi$ , в то время как продольная составляющая интенсивности имеет вид симметричного кольца с нулем при  $r = 0$ .

Из (4) можно получить распределение интенсивности в фокусе для начального поля (3):

$$I_R(r, z = 0) = I_{0,0}^2 + I_{2,2}^2 + 2I_{1,1}^2. \quad (6)$$

Из (6) видно, что фокусное пятно для света с круговой поляризацией (3) имеет круглую форму, так как распределение интенсивности (6) зависит только от радиальной переменной  $r$ .

Рассмотрим поведение поляризации в окрестности острого фокуса для этого случая. Непосредственно в плоскости фокуса при  $z = 0$  поляризация остается линейной. Состояние поляризации можно охарактеризовать вектором Стокса или спиновым угловым моментом. Наличие круговой поляризации в поперечном сечении пучка показывает третья компонента вектора Стокса  $s_3$  или продольная компонента  $SAM_z$  спинового углового момента (СУМ), они равны друг другу и равны:

$$SAM_z = s_3 = 2\text{Im}(E_x^* E_y) \quad (7)$$

С помощью формул (4) можно показать, что непосредственно в фокусе:

$$SAM_z = I_{0,0}^2 - I_{2,2}^2. \quad (8)$$

Из уравнения (8) видно, что вблизи оптической оси  $SAM_z$  положительная, так как  $I_{0,0}^2 > I_{2,2}^2$ . А на окружности некоторого радиуса, когда выполняется условие  $I_{0,0}^2 < I_{2,2}^2$  продольная компонента вектора плотности спина  $SAM_z$  становится отрицательной. Таким образом, в

плоскости фокуса должна наблюдаться смена направления вращения круговой поляризации: вблизи оптической оси остается начальная правая круговая поляризация (3), а на некотором удалении от оптической оси появляется световое кольцо с левой круговой поляризацией.

### Заключение

Используя уравнения Ричардса-Вольфа, теоретически рассмотрена фокусировка света с круговой поляризацией плоскими дифракционными линзами. Показано, что в фокусе циркулярно поляризованного оптического пучка образуются круговые области разного радиуса с центром на оптической оси с чередующимися направлениями вращения вектора поляризации. Такое зависящее от радиуса разделение противоположно направленных «спинов» является проявлением радиального спинового эффекта Холла в фокусе.

### Благодарность

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант № 22-22-00265.

### Список источников

- [1] **Kotlyar, V. V.** Tight focusing with a binary microaxicon / V.V. Kotlyar, S.S.Stafeev, L. O'Faolain // Optics Letters – 2011. – Vol. 36(16). – P. 3100-3102
- [2] **Guan, J.** Transversely polarized sub-diffraction optical needle with ultra-long depth of focus / J. Guan, J. Lin, C. Chen, Y. Ma, J. Tan, P. Jin // Opt. Commun. – 2017. – Vol. 404. – P.118–123.
- [3] **Lin, J.** Generation of longitudinally polarized optical chain by  $4\pi$  focusing system / J. Lin, R. Chen, P. Jin, M. Cada, Y. Ma // Opt. Commun. – 2015. – Vol. 340. – P. 69-73.

## Hall effect in the sharp focus of hybrid vector beams

*V. D. Zaitsev<sup>1</sup>, S. S. Stafeev<sup>1,2</sup>, V. V. Kotlyar<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Samara National Research University, Samara, Russia

<sup>2</sup> Image Processing Systems Institute – Branch of the Federal Scientific Research Centre «Crystallography and Photonics» of the RAS, Moscow, Russia

Using the Richards-Wolf equations, the focusing of circularly polarized light by flat diffractive lenses is theoretically considered. It is shown that at the focus of a circularly polarized optical beam, circular regions of different radii are formed centered on the optical axis with alternating directions of rotation of the polarization vector (clockwise and counterclockwise). This radius-dependent separation of oppositely directed "spins" is a manifestation of the radial spin Hall effect at the focus. Potential applications are as follows: the flat top focus can be used in microscopy to obtain a uniform field of view, while the radial rotation Hall effect can be used to set the absorbing microparticles in the opposite position.

*Keywords:* Hall effect, Circular polarizing, Richards–Wolf formulas, Sharp focusing of light.